

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА

Физический факультет

На правах рукописи

УДК 525.2

Зотов Леонид Валентинович

**ВРАЩЕНИЕ ЗЕМЛИ:
АНАЛИЗ ВАРИАЦИЙ И ИХ
ПРОГНОЗИРОВАНИЕ**

Специальность 01.03.01 – астрометрия и небесная механика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель —
доктор физико-математических наук
В.Е. Жаров

Москва — 2005

Содержание

Введение	4
1 Ознакомительная часть	11
1.1 Исторический обзор	11
1.1.1 История развития взглядов на вращение Земли	11
1.1.2 Развитие служб наблюдений в XX веке	25
1.1.3 Деятельность Международной службы вращения Земли	33
1.2 Параметры вращения Земли	48
2 Описание основных моделей	55
2.1 Подходы к моделированию	55
2.2 Анализ временных рядов	62
2.2.1 Спектральный анализ	62
2.2.2 Вейвлет-анализ	70
2.2.3 Сингулярный спектральный анализ (ССА)	75
2.3 Регрессионное моделирование и нейронные сети	79
2.3.1 Авторегрессионная модель	79
2.3.2 Средняя квадратическая коллокация	84
2.3.3 Нейронные сети (НС)	86
2.4 Динамическое моделирование	97
2.4.1 Дифференциальные уравнения и динамические системы	97
2.4.2 Динамическая модель вращения Земли	104
2.4.3 Фильтр Калмана	106
2.4.4 Регуляризация	109
3 Результаты исследований	112
3.1 Высокочастотные вариации во вращении Земли по РСДБ и GPS наблюдениям	112
3.1.1 Наблюдательные данные GPS	112
3.1.2 Модель приливных вариаций Рея	115
3.1.3 Наблюдательные данные РСДБ	117

3.1.4	Об одном эффекте интерполяции	118
3.2	Анализ отклонений теорий нутации ZP2003 и MAC2000 от РСДБ наблюдений	119
3.2.1	О теориях нутации	119
3.2.2	Структурные исследования	121
3.2.3	Спектральные исследования	125
3.2.4	Обсуждение расхождений	128
3.3	Вращение Земли и сейсмичность	130
3.3.1	Сопоставление сейсмических данных и вращения Земли	130
3.3.2	Вращение Земли и землетрясение в Индийском регионе 26 декабря 2004 г.	132
3.3.3	Анализ наблюдательных данных	134
3.4	Спектральные исследования и прогноз ПВЗ	137
3.4.1	Спектральные исследования	137
3.4.2	Методика прогноза	145
3.4.3	Метод ССА и вейвлет-прогноза с использованием НС	149
3.5	Динамическое моделирование	151
3.5.1	Восстановление возбуждающих функций по наблюдениям	151
3.5.2	Прогнозирование возбуждающих функций	157
3.5.3	Прогнозирование движения полюса фильтром Калмана	158
Заключение		160
Приложение		164
А Анализ сигналов с использованием аудио-программ		165
В Использованные сокращения		167
Список литературы		171

Введение

*Воронками изрытые поля
Не позабудь и оглянись во гнев
Но нас, благословенная Земля
Прости за то, что роемся во чреве
В. Высоцкий*

Планета Земля является объектом исследования многих наук: геофизики, геодезии, географии и других, названия всех этих наук берут начало от древнегреческого слова “Γεα”¹. Но только одна наука, название которой происходит от латинского слова “Astrum”², т.е. астрономия рассматривает Землю как-бы извне, глобально и целостно, как одну из планет во Вселенной. В наше время, которое принято именовать “началом третьего тысячелетия”, нередко можно встретить исследователей планет Солнечной системы [1],[2],[3] и их спутников [4], а также внесолнечных планет и релятивистских объектов – пульсаров [5],[6], которые используют теории, созданные в ходе исследования Земли, прошедшие бескомпромиссный отбор и подтвержденные наблюдениями. Именно такие теории могут служить надежной опорой при исследовании еще неизвестного и таинственного в природе, в меру общности ее законов. Свои представления о мире человек приобретает сначала в своей колыбели, затем во дворе, на своей Родине, на своей Земле. И лишь исходя из них, отталкиваясь от Земли он может перейти к исследованиям Неба. Пока человечество не окажется непосредственно у других звезд, лишь результаты исследований

¹Γεα – Земля (греч.)

²Astrum – звезда (лат.), также stella

в Солнечной системе и эксперименты, поставленные на Земле, могут окончательно подтвердить или опровергнуть представления о недоступной для “прямого контакта” Вселенной.

Предметом нашего исследования будет вращение Земли, и мы постараемся показать, что и в этой области вместе с использованием богатого наследия, оставшегося нам от наших предшественников, можно с успехом использовать методы, развивающиеся в наше время и открывающие новые замечательные перспективы.

Вращение Земли отражает множество астрономических и геофизических явлений, происходящих на поверхности Земли, в ее недрах, в атмосфере и океанах, а также в ближнем Космосе. Так или иначе, все явления, приводящие к перераспределению масс оболочек Земли и момента импульса между ними, влияют на вращение Земли. Среди них – вариации приливного потенциала, обусловленного действием небесных тел, изменения момента импульса ветров, течений, таяние ледников, влияние годового цикла возбуждения атмосферы, ураганного явления El Nino, процессы в мантии и ядре, землетрясения и многое другое [7],[8],[9],[10].

Развитие средств наблюдений в XX веке: радиоинтерферометрии со сверхдлинными базами (РСДБ) [11], лазерной локации искусственных спутников (ЛЛС) и Луны (ЛЛЛ) [12],[13], спутниковых систем GPS и Глонасс [14], – привело к ситуации, когда точность наблюдений быстрыми темпами ушла вперед и опередила точность моделирования. Возникла необходимость совершенствования теорий. Моделирование неравномерностей вращения Земли во многом зависит от уровня представлений о выше перечисленных процессах, от состояния их мониторинга, а также от результативности используемых математических методов. Для организации исследований, планирования наблюдений и систематизации методов в 1985 г. учреждена Международная служба вращения Земли (МСВЗ)[15].

Развитие математических методов и вычислительных средств, происходящее стремительными темпами, позволяет по-новому подойти к анализу и моделированию. Те шаги, которые предприняты в

последние 20-30 лет в областях спектрального анализа [16],[17], нелинейного моделирования [18],[19], оптимизации [20],[21], позволяют применить совершенно новые подходы к исследованию вращения Земли, нежели 30-50 лет назад. Важным фактором является то, что наблюдательный материал по вращению Земли накоплен за достаточно длительный интервал времени, охватывающий более века. Особенно интересным в связи с этим представляется сравнение новых подходов с применявшимися ранее.

Взяв на вооружение методы вейвлет-анализа [22],[23],[24],[16], сингулярного спектрального анализа [25], нейронные сети [26], мы попытаемся получить новые результаты как относительно вращения Земли, так и использования этих методов, а также сопоставить их с классическими методами Фурье-анализа [27],[28], линейными регрессионными методами оценки параметров [30],[29], методами статистического [31],[32] и динамического моделирования [33],[34].

В последние десятилетия к точности астрометрических наблюдений, космической навигации и систем глобального позиционирования (СГП), предназначенных для определения местоположения на Земле и в Космосе, предъявляются очень высокие требования, которые не могли бы быть удовлетворены в отсутствие высокоточных методов преобразований между фундаментальными системами координат [35]. В матрицы преобразований между земной и небесной системами координат входят параметры вращения Земли (ПВЗ) [36]. В связи с этим, моделирование и прогнозирование вариаций во вращении Земли приобретает непосредственную практическую ценность.

Цели исследования

В диссертационной работе предпринято исследование вращения Земли, при этом основное внимание уделено вопросам прогнозирования вращения Земли и вычисления возбуждающих функций по наблюдениям. Ставились следующие основные цели:

1. Анализ высокочастотных (суточных и внутрисуточных) составляющих изменений скорости вращения планеты и положения полюса с использованием РСДБ и GPS наблюдений, обеспечивающих необходимое разрешение. Сравнение полученных этими независимыми средствами данных с целью выявления достоверных эффектов.
2. Спектральный и структурный анализ отклонений теорий прецессии и нутации МАС2000 и ZP2003 от РСДБ наблюдений. Оценка эмпирических поправок к параметрам этих теорий.
3. Оценка эффекта, который оказало на вращение Земли землетрясение, произошедшее 26 декабря 2004 г. в Индийском регионе. Анализ наблюдений в целях обнаружения этого эффекта.
4. Анализ временные рядов движения полюса и скорости вращения Земли с использованием различных методов, выявление их сходств и различий, выбор оптимального метода для анализа ПВЗ.
5. Сравнение и усовершенствование методов прогноза движения полюса Земли и скорости ее вращения.
6. Решение задачи восстановления возбуждающей функции по наблюдениям с использованием корректирующих процедур. Получение прогнозов возбуждающих функций и прогнозов траектории движения полюса с использованием фильтра Калмана.

Перейдем к рассмотрению содержания диссертационной работы, сделаем краткий обзор глав в том порядке, в каком они будут представлены.

В первом разделе первой главы мы поставили перед собой задачу познакомить читателя с историей развития взглядов на вращение Земли. Вначале мы обращаемся к древнейшим представлениям, на что исследователь современности может возразить, что это все несколько неинтересно и не следует тратить времени на изложение ошибок прошлого, ибо сегодня, в эпоху научного прогресса, мы знаем все

верней. Трудно спорить с убежденными в этом. Настроенных подобным образом никто не удерживает от перехода к следующим главам. Однако, нам кажется полезным и, в некоторой степени, нравоучительным опыт прошлого. С одной стороны, он демонстрирует, сколь свойственно человеку заблуждаться, отыскивая тропу в неизвестной ему области. С другой стороны, удивительно наблюдать, как свет разума, которым наделены некоторые представители человечества по воле провидения, позволяет им двигаться по верному пути. Поучиться тому, как они это делают, всегда полезно. К тому же мы надеемся, что взыскательный читатель, видя, что и признанные умы не были ограждены от ошибок, будет более снисходителен к нашим скромным результатам.

В продолжении первой части первой главы мы рассматриваем историю служб наблюдений за вращением Земли, которые были непосредственными предшественниками ныне действующей МСВЗ. О деятельности последней также подробно рассказывается.

Во второй части первой главы поясняется, какие параметры приняты МСВЗ и Международным астрономическим союзом (МАС) для описания вращения Земли, и как выполняются преобразования между фундаментальными системами координат.

Во второй главе представлены основные используемые подходы. Они систематизированы в первом разделе.

Во втором разделе изложены методы спектрального анализа. Помимо классического Фурье-анализа и некоторых исторических пояснений к нему, представлены вейвлет-анализ и сингулярный спектральный анализ.

В третьем разделе изложены линейные регрессионные модели, среди которых – линейная регрессия и метод среднеквадратической коллокации, активно развиваемый нашими коллегами из Петербурга [34],[43].

Там же представлены некоторые подходы нелинейного моделирования, среди них – нелинейные регрессии и нейронные сети. Нелинейные подходы активно развиваются в наше время т.к. позволяют лучше приближать реальность.

Четвертый раздел посвящен динамическому моделированию. Вместе с некоторыми результатами теории линейных дифференциальных уравнений приводится динамическая модель вращения Земли. Рассматривается фильтрация Калмана. Кратко излагаются основы решения обратных, некорректно поставленных задач.

Все разделы второй части служат для ознакомления читателя с основными подходами, использованными в исследованиях, описание хода и результатов которых вынесены в третью главу.

В первом разделе третьей главы приводятся результаты исследования вращения Земли во внутрисуточном диапазоне частот. Сопоставляются ряды РСДБ и GPS высокого разрешения. Отмечаются некоторые артефакты и приводится их возможное объяснение.

Во втором разделе мы касаемся теорий прецессии и нутации. Проводится анализ отклонений этих теорий от наблюдений, основная часть которых обусловлена свободной нутацией ядра. Вычисляются поправки к параметрам моделей.

В третьем разделе рассматривается связь вращения Земли с сейсмичностью. Оценивается эффект, во вращении Земли от землетрясения в Индийском регионе 26 декабря 2004 г., предпринимаются попытки обнаружения этого эффекта в наблюдениях.

В четвертом разделе третьей главы представлены спектральные исследования временных рядов ПВЗ и проводится сравнение методов их прогнозирования. Из нескольких методов выделяется основанный на использовании нейронных сетей, давший наиболее точные прогнозы. Здесь же рассматривается возможность совместного использованию сингулярного спектрального анализа, вейвлет-анализа и нейронных сетей для прогнозирования временных рядов.

В пятом разделе, на основе динамической модели вращения Земли, предпринимаются попытки оценивания сигнала, возбуждающего движение полюса. При этом рассматривается вопрос перевода задачи из класса некорректных в класс доступных для решения или условно-корректных задач. Полученные результаты используются для прогнозирования фильтром Калмана.

Результаты обобщаются в заключительной части. Там же перечисляются некоторые вопросы, возникшие в ходе исследования и оставшиеся без ответа. Они могут служить предметом дальнейших изысканий.

Глава 1

Ознакомительная часть

*И с непонятной быстротою
Внизу вращается Земля
На ночь со страшной темнотою
И светлый полдень круг деля.
И море пеной волн одето
И в камни пеной бьет прибой
И камни с морем мчит планета
По кругу вечно за собой.
"Фауст", Гете, пер. Пастернака*

1.1 Исторический обзор

1.1.1 История развития взглядов на вращение Земли

На протяжении тысячелетий человек наблюдал суточный и годовой цикл явлений, движение Солнца, Луны, планет и вращение небесной сферы. Представления о вращении Земли сложились не сразу. Проследим развитие взглядов на основе рассмотрения представлений астрономов и философов прошлого [44].

Считается, что идею о шарообразности Земли впервые высказал Пифагор в VI в. до н.э. На чем он основывался неизвестно, но вполне

вероятно, что он понимал причину смены фаз Луны и заключал о шарообразности Земли по аналогии.

Мысль о движении Земли высказал в V в. до н. э. пифагореец Филолай. Его построение было довольно искусственным. Он считал, что Земля, Солнце, Луна и планеты обращаются вокруг центрального огня, который невидим из Греции из-за того, что его загораживает антиземля. Эта гипотеза была отвергнута в IV в. до н.э. на основании свидетельств путешественников, проникших на западе далее Гибралтарского пролива, а на востоке достигших Индии. Историк и географ древности Геродот (ок. 480-425 г. до н.э.) описывает известные к тому времени страны средиземноморья и причерноморья, а также сообщает множество сказочных историй об Индии и Аравии.

Первая попытка объяснить суточное движение небесной сферы вращением Земли вокруг оси, проходящей через ее центр, была сделана представителями пифагорейской школы Экфантом и Гераклидом Понтийским (388-315 г. до н.э.). Позднейшие авторы упоминают также Гицетия Сиракузского, верившего во вращение Земли. Некоторые исследователи находят в диалогах Платона (428-347 г. до н.э.) намеки на вращение Земли. Плутарх [45], ссылаясь на Теофраста, сообщает, будто в старости Платон пришел к мнению, что Земля не покоится в центре Вселенной.

Точно известно, что идею о вращении Земли воспринял астроном пифагорейской школы Аристарх Самосский (310-230 г. до н.э.). Им же была предложена первая гелиоцентрическая система мира. До нас дошло лишь одно сочинение Аристарха “О величине и расстояниях Солнца и Луны”. Имеется упоминание о нем Архимеда (287-212 г. до н.э.) [47]:

Аристарх опубликовал книгу, содержащую обоснованные гипотезы, из которых, как следствие сделанных допущений, вытекает, что Вселенная во много раз больше той, о которой упомянуто [имеющей радиус, равный радиусу орбиты Земли]. Суть его гипотез заключается в том, что звезды и Солнце неподвижны. Земля обращается вокруг Солнца по окружности.

По всей видимости, таких же воззрений во II в. до н.э. придерживался

Селевк. Однако гипотезы эти были слишком далеки от интуитивного восприятия, и большинство разделяло представления, изложенные в сочинениях Аристотеля (384-322 г. до н.э.) [46]. Аристотель отвергал возможность движения Земли на том основании, что это приводило бы к перемещению звезд. (Такое перемещение было обнаружено лишь 23 века спустя.) Звезды он считал вкрапленными в хрустальную сферу, совершающую суточное движение, планетам также соответствовали равномерно вращающиеся сферы. Небесные тела и Землю Аристотель считал шарообразными, в доказательство чего приводил вид Луны в разных фазах (аргумент Пифагора), круглую форму тени от Земли во время лунных затмений, а также опирался на рассказы путешественников, наблюдавших изменения положения полярной звезды и созвездий. Уже в IV в до н.э. мореплаватель Пифей определял широты городов Атлантического побережья и Великобритании по положению светил.

Подобные наблюдения позволили сделать первые оценки радиуса Земли. Оценка Аристотеля превысила известное ныне значение примерно на 60%. Наиболее точной считается оценка Эратосфена (с 276 по 194-196 г. до н. э.). Он измерил положение полуденного Солнца в день летнего солнцестояния в Александрии и Сиене и оценил длину земной окружности в 250000 стадий. Поскольку неизвестно, какой стадией он пользовался, а существовали стадии длиной от 148 до 210 м, имеются разные мнения о его результате. Если он пользовался олимпийской стадией в 185.2 м, его оценка отклоняется от реальной на 20%, если же египетской стадией длиной 157.5 м, то результат, оказывающийся равным 39375 км, отклоняется от реальной величины менее чем на 1%. Кроме определения размеров Земли, Эратосфен измерил наклон эклиптики к экватору с погрешностью около 7' и написал труд "География" в трех книгах, который не сохранился. Однако, величайший географ древности Старбон (65 г. до н.э - 2 г. н.э.) подробно сообщает о содержании этого труда. В первой книге давались географические описания по словам путешественников древнейших времен, рассказывалось о первых географических картах, построенных Анаксимандром и Гекатием. Во

второй книге Эратосфен приводил доказательства шарообразности Земли и свои измерения. В третьей книге он дал комментарии к карте Ойкумены, считавшейся островом, окруженным океаном. Там же впервые высказывалось мнение о возможности достичь Индии, плывя на запад. Сам Старбон написал “Географию” в 17 книгах, в которой описываются Европа, Азия и Африка, а также землетрясения, извержения вулканов, течения рек и климат различных поясов по описаниям путешественников и моряков.

Гиппарх (ок. 180-125 г. до н.э.) пользовался измерениями Эратосфена, однако, он написал книгу, в которой критиковал его подход к построению карт земной поверхности только на основании свидетельств путешественников, без точного астрономического определения широт и долгот. Он первым ввел в употребление сетку меридианов и параллелей для составления карт.

Гиппарх – величайший астроном прошлого. Он значительно усовершенствовал тригонометрию на сфере и использовал для построения теорий движения Солнца и Луны систему эксцентров и эпициклов, придуманных математиком Аполлонием из Перги. Считается, что появление новой звезды в созвездии Скорпиона в 134 г. до н. э. натолкнуло Гиппарха на мысль о необходимости составления звездного каталога. Он ввел систему звездных величин и определил, со всей доступной тогда точностью, положения около тысячи звезд. Сравнив свои наблюдения с наблюдениями Аристилла и Тимохариса, сделанными на полтора века раньше, Гиппарх нашел, что у звезд возрастают эклиптические долготы, в то время как широты остаются неизменными. Данное явление было названо преддверием равноденствий или прецессией. По наблюдениям звезды Спика (α Vir) Гиппарх получил, что за 169 лет перемещение по долготе составило 2° ($43''$ в год). В сочинении “О длительности года” он писал, что величина прецессии по долготе составляет, по меньшей мере, $36''$ в год. Эту нижнюю границу величины прецессии использовал в своих расчетах Клавдий Птолемей (ок. 100-165 г.), что привело его к ошибкам в определении координат звезд, приведенных им в каталоге, и позволило

современным исследователям прийти к выводу, что сам Птолемей наблюдателем не был [48].

Клавдий Птолемей был величайшим математиком и геометром древности. Он открыл эвекцию, создал теорию движения планет с использованием эпициклов и дифферентов, численная точность которой оставалась непревзойденной до эпохи Тихо Браге и Кеплера. В своем труде “Альмагест” [49], многие века являвшемся наиболее полным руководством по астрономии, Птолемей изложил свои открытия и увековечил успехи древнегреческой астрономии. Благодаря “Альмагесту” до нас дошли идеи Гиппарха и его звездный каталог.

Птолемей считал Землю неподвижной. Интерес представляет то, как он это обосновывал: *“Если бы Земля имела какое-либо движение, она бы смещалась со своего центрального положения”* – приводит Птолемей первый аргумент, явно противоречащий основам геоцентрического представления о мире. Вертикальное свободное падение тел служит вторым аргументом: *“Все тела стремятся к центру, и, поскольку они падают вертикально вниз на всех широтах Земли, значит, она и есть этот центр”*. В полемике со сторонниками вращательного движения Земли Птолемей высказывает следующий аргумент: *“Они должны допустить, что вращательное движение Земли должно быть самым быстрым из всех движений, связанных с ней: в результате все предметы должны казаться совершающими такое же движение в обратном направлении; ни облака, ни другие объекты никогда не будут видимы движущимися на восток, поскольку движение Земли будет всегда отбрасывать их”*. Эти аргументы считались убедительными на протяжении 14 веков.

В доказательство шарообразности Земли Птолемей приводит аргументы, известные в его время, оставляя в стороне лишь доказательство Аристотеля, основанное на затмениях, от себя он добавляет тот факт, что горизонт удаляется при подъеме на большие высоты. В связи с этим, не лишним будет упомянуть еще одно доказательство шарообразности Земли, встречающееся у Плиния (23-79 г.) и основанное на том, что после отплытия корабля, мачты

остаются видимы еще некоторое время, после того как корпус скрылся под горизонт. Птолемей приводит оценку окружности Земли в 180000 стадий. Возможно, он пользовался одной из двух оценок, сделанной по методу близкому к эратостеновскому Посидонием (ок. 135-50 г. до н.э.).

Кроме “Альмагеста” Птолемей написал работы по оптике, музыке, астрологии и географии. В своем восьмитомном труде “Географическое руководство” он описал известные страны и города, привел координаты 8000 населенных пунктов, 26 карт регионов и карту мира Агатадемона. Птолемей использовал метод построения прямоугольных проекций для карт и отсчитывал все долготы от одного из Канарских островов, по предложению своего предшественника, географа Мариина Тирского. Несмотря на многочисленные ошибки в изображении некоторых географических регионов, труд Птолемея сохранял значимость почти до XVII в. Интересно отметить, что одним из издателей этого труда в 1533 г. в Базеле был Эразм Роттердамский.

История греческой астрономии практически кончается Птолемеем. Вехами упадка александрийской школы можно считать зверское убийство в 415 г. дочери Теона, Гипатии, также писавшей об астрономии, варварское уничтожение библиотеки и завоевание арабами Александрии в 640 г.

В эпоху средневековья, как известно, представления о Земле и Мире не претерпели коренных изменений. Можно упомянуть измерения части меридиана, сделанные для проверки указанного Птолемеем значения в IX в. под руководством халифа Аль-Мамуна, уточнения наклона эклиптики к экватору и величины прецессии, выполненные Аль-Баттани (850-929).

Подъем духа в эпоху возрождения затронул и астрономию. Великий реформатор Николай Коперник (1473-1543) вызвал к новой жизни забытые идеи Гераклида и Аристарха, развил систему Мира, основанную на вращении Земли и движении ее вокруг Солнца. Обсуждая возможность движения Земли в своем сочинении, получившем название “Об обращении небесных сфер”, он придерживается принципа относительности, провозглашенного еще Аристотелем. Рассматривая

довод Птолемея о том, что при движении Земля подвергалась бы риску разлететься в куски, а все предметы на поверхности остались бы позади, Коперник заключает, что такое движение было бы еще опаснее для небесной сферы, которая вследствие громадных размеров должна была бы двигаться несравненно быстрее Земли. Копернику не удалось построить систему, численное согласие которой с наблюдениями было бы лучше, чем у системы Птолемея. Но несмотря на это, физическая истина, лежавшая в основе системы Коперника привела к ее торжеству.

Длительная эпоха ошибочных представлений, которую можно связать как с недостатком точных наблюдений, так и с естественными закономерностями развития цивилизации, сменились эпохой, когда одно за другим последовали доказательства вращательного движения Земли.

Исследование падения тел и обнаружение их смещения к востоку, демонстрация маятника Фуко в Париже, обнаружение действия кориолисовых сил, смещающих движущиеся тела вправо в северном полушарии и влево в южном, в завершение – наблюдения из космоса в XX в., навсегда развенчали наивную, но по-своему прекрасную идею о том, что весь мир создан для нас, вращается вокруг нас.

В XVII в. Галилео Галилей (1564-1642), создатель телескопа, в своих “Диалогах” [50] рассуждает о малой правдоподобности вращения громадной сферы звезд, склоняясь на сторону Коперника. Принять эту точку зрения Галилею помогли его наблюдения движения спутников Юпитера, а также опыты, касающиеся принципов относительности, инерции и законов движения тел. Открытое им по наблюдениям пятен вращение Солнца также могло служить аргументом в пользу вращения Земли, хотя ни Галилей, ни его ученики таким аргументом не пользовались. Галилей разработал теорию колебаний маятника, которая легла в основу эксперимента, заставившего предположить отличие фигуры Земли от шара.

Джовани Кассини (1625-1712) и его ученики, полагаясь на некоторые измерения дуг меридиана, выполненные в XVII в., считали, что Земля удлинена по направлению к полюсам.

В 1671 г. по рекомендации Жана Пикара (1620-1682) и Кассини была

создана экспедиция Жана Рише (?-1696), одним из результатов которой было обнаружение в 1672 г. того, что маятник одной и той же длины качается в Париже быстрее, чем в 5° севернее в Кайенне, откуда следовал вывод об уменьшении силы тяжести к экватору.

Размышляя о фигуре Земли, Ньютон (1643-1727) показал, что взаимное притяжение составляющих Землю частиц и вращение должны приводить к отклонению ее формы от шаровидной. Он оценил сжатие Земли величиной $1/230$. Это позволило объяснить природу прецессии действием Луны и Солнца на экваториальный выступ. Вычисленная Ньютоном величина прецессии оказалась близкой к наблюдаемой. При рассмотрении прецессии в “Началах”¹, он писал о возможном качании оси Земли вследствие неодинакового действия Солнца в разных положениях. Кроме того Ньютон впервые дал верное объяснение приливам и оценил массу Земли, найдя ее плотность в 5-6 раз превосходящей плотность воды. Позднее масса и плотность Земли были уточнены по измерениям уклонения отвеса Маскелайном и Геттоном (1737-1823) и в опыте с шарами, придуманном Дж. Митчеллом (1724-1793) и поставленным Генри Кэвендишем (1731-1810).

Английский астроном Джеймс Бадлей (1693-1762) поставил целью определить, не обнаруживает ли какая-нибудь звезда перемещения в течение года на фоне других звезд. Наблюдая звезду γ Dra, он открыл ее годовое перемещение по эллипсу и в 1728 году им было объяснено явление абберрации. Вместе с этим Бадлей обнаружил малые изменения склонений других звезд и пришел к открытию нутации – неравномерности, накладывающейся на прецессионное движение оси Земли, о возможном существовании которой упоминал Ньютон. По окончании периода, понадобившегося для проверки теории, Бадлей в 1748 г. представил общественности свой результат. Он понимал, что нутация, в основном, вызвана влиянием Луны, положение которой меняется сложным образом, теоретические исследования он предоставил более искусным математикам. Труд с математическим объяснением прецессии и нутации опубликовал в 1749 г. Даламбер (1717-1783).

¹“Математические начала натуральной философии” – основополагающий труд Ньютона

Внимание этим вопросам уделили также Эйлер и Клеро.

Клеро (1713-1765) выпустил в 1743 г. классический труд о фигуре Земли, в котором он гораздо полнее, чем Ньютон рассмотрел вопрос о телах вращения. За десять лет до этого Клеро был участником экспедиции Мопертюи, измерившей дугу меридиана вблизи полярного круга. Примерно в то же время, был получен результат измерения дуги меридиана в Перу. Обе экспедиции были направлены Французской академией с целью разрешения вопроса о фигуре Земли. Измерения показали, что дуга меридиана увеличивается с возрастанием широты, и прав был Ньютон, а не Кассини. Множество градусных измерений было проведено в XVIII и XIX вв. Среди прочих, проверкой градусных измерений в 1738-1740 г. занимался ровесник Клеро, Луи де Лакайль (1713-1761). Итогом была оценка эллиптичности Земли в $1/292$.

Леонард Эйлер (1707-1783) посвятил часть своих работ вращению Земли, он внес основополагающий вклад в понимание кинематики и динамики этого явления [55]. Эйлер рассмотрел вопрос об изменении положения оси вращения тела под действием внешних сил, при этом он использовал понятие о главных осях инерции, впервые предложенное Сегнером в 1755 г. Эйлер ввел принцип линейности момента и углы для описания поворотов, получившие его имя, первым решил уравнения вращательного движения тела, из которых вытекало явление свободной нутации оси вращения.

Мемуары Эйлера 1751 и 1752 гг. посвящены исследованию прецессии и нутации земной оси. В них он привел выражение для момента инерции относительно оси вращения сферической Земли, обобщенное на случай наличия ядра, рассмотрел вопрос о том, как влияют внешние силы на положение оси вращения, вычислил прецессию и нутацию оси твердой Земли под действием притяжения Луны и Солнца. При этом Эйлер признал первенство Даламбера в теоретическом описании прецессии и нутации.

В мемуаре 1765 г. (написан в 1758 г.) “*Remarques generales sur le mouvement diurne des planetes*” Эйлер рассмотрел вопрос о том, как движется ось вращающегося тела в пространстве, и как меняется

положение полюсов, через которые проходит эта ось, относительно точек на поверхности тела. Он получил решение, описывающее движение оси вращения тела относительно оси инерции, из которого следовало, что ось вращения твердой Земли может совершать круговые движения с периодом около 304 суток. Результаты были обобщены Эйлером в работе 1766 г. (написана в 1759 г.), в которой он вновь подчеркнул то, что ось фигуры Земли отличается от оси вращения, и предложил механическое устройство для иллюстрации этого.

Запись уравнений Эйлера в более привычном для нас виде в 1788 г. произвел Лагранж (1736-1813). Геометрическую интерпретацию движению оси свободно вращающегося тела в виде системы конусов дал в 1834 г. Пуансо (1777-1859). Общее интегральное решение уравнений Эйлера с использованием тета-функций вывел в 1850 г. Якоби (1804-1851).

В конце XVIII в. теорией фигуры Земли занимался Пьер Симон Лаплас (1749-1827). Он уточнил величину сжатия Земли по наблюдениям за движением Луны. В более общей форме, нежели Клеро, решил вопрос о фигуре Земли. Гораздо полнее, чем Даламбер рассмотрел прецессию и нутацию. Создал динамическую теорию приливов, исправив и перестроив ранее существовавшую. Лаплас отверг возможность катастрофических изменений в положении оси вращения Земли и длительности суток, рассмотрев теоретически этот вопрос [51],[52]. Однако, в “Небесной механике” он написал: *“Очевидно, что начиная с Гиппарха, продолжительность дня не изменилась ни на одну сотую секунду. Если бы по каким-нибудь известным причинам эта продолжительность испытывала какую-нибудь чувствительную перемену, это сказалось бы на движении Луны, наблюдения над которой, сами по себе весьма полезные, приобретают ввиду этих соображений новое важное значение”*. Тем не менее, Лаплас не считал свое заключение окончательным [53].

Премия Берлинской академии наук, учрежденная в 1752 г. Мопертюи за решение вопроса о том, происходило ли вращение Земли всегда с одинаковой скоростью и какими способами можно

в этом убедиться, была вручена патеру Фризи. Однако, настоящая заслуга принадлежит И. Канту (1724-1804), который, несомненно, первым высказал предположение о возможном замедлении скорости вращения планеты под действием приливного трения. Следствием этого замедления являются вековые ускорения Луны и планет, обратно пропорциональные величине их орбит. Даже Лаплас неверно интерпретировал эти ускорения, их загадка была решена лишь более века спустя с использованием древних астрономических наблюдений.

В 1814 г. Бессель (1784-1846) в письме Ольберсу сообщает, что он разработал теорию вращения Земли, из которой следует, что ось вращения Земли движется вокруг оси инерции с периодом 335 суток [56]. Несмотря на наличие в библиотеке Бесселя статей Эйлера, Лагранжа, Лапласа и Пойсона он был, по всей видимости, с ними не знаком и создал теорию самостоятельно. Бессель предпринял попытку обнаружить вариации широты, проведя наблюдения в 1820 г. в Кенигсберге. Однако, обнаружить эти вариации ему не удалось.

К середине XVIII в точность методов наблюдений повысилась. Меридианные и вертикальные круги, а также гелиометр Фраунгофера с 1840 г. стали давать погрешность не выше десятых долей угловой секунды. В 1834 г. американский капитан Джон Талькотт разработал метод, заключающийся в наблюдении звезд, кульминирующих почти одновременно по разные стороны от зенита на одном и том же зенитном расстоянии, который позволял избавиться от влияния рефракции. В 1841 г. Бессель вновь начал наблюдения на новом меридианном круге в Кенигсберге, однако состояние его здоровья не позволяло вести их постоянно. Тем не менее, он заметил, что с 1820 г. с широтой что-то произошло. В 1839 г. была открыта Пулковская обсерватория. Ученик Бесселя, Петерс, начал наблюдения на ней с той же целью в 1942 г. Он знакомил учителя со своими результатами. В письме Гумбольту (1769-1859) от 1844 г. Бессель пишет о том, что с 1842 г. им обнаружено изменение широты величиной 0.3 сек. Столь значительная величина в действительности из его данных не следовала. Содержание его письма может иметь разные объяснения. Возможно, Бессель пошел

на спекуляцию, имея опыт борьбы за первенство с Хендерсеном и Струве в открытии параллаксов и желая быть первым в открытии широты. Возможно, он использовал ошибочную оценку влияния переноса масс Земли на положение полюса. Следует отметить, что Бессель был одним из первых, кто пытался обнаружить вариации широты, при этом он не находился под влиянием парадигмы Эйлера. То, что многие исследователи, такие как Максвелл, Петерс, Нирен, пытались обнаружить именно десятилетний период в движении полюсов Земли, предсказанный Эйлером, увело их в сторону от открытия.

Немецкий астроном Карл Фридрих Кюстнер (1856-1936) уточнял постоянную аберрации используя метод Талькотта, что, благодаря эксперименту Майкельсона, позволяло уточнить размеры солнечной системы. При этом Кюстнер обнаружил изменение широты Берлина на $0.2''$ с 1884 по 1885 г., на порядок превосходившее погрешность измерений. Тот факт, что это изменение произошло ровно за год, исключал влияние аберрации, параллакса и метеорологического цикла. Кюстнер не пытался установить период вариации, однако считал, что 10-месячный период либо не существует, либо маскирован другими циклами [58].

В 1891-1892 гг. под руководством директора берлинской обсерватории Ферстера были организованы одновременные наблюдения в Берлине и Гонолулу, показавшие, что широты меняются в противофазе. Это окончательно подтвердило существование вариаций широты.

Первенство открытия вариаций широты, если под этим понимать не только амплитуду, но и период колебаний, принадлежит Чандлеру (1846-1913). Чандлер родился в Бостоне, США, в последний год обучения в школе работал у математика Пьерсе, который рекомендовал его помощником Бенъямину Гулду на обсерваторию колледжа в Гарварде. Сам Гулд учился в Европе, был студентом Гаусса и после возвращения в 1849 г. в США учредил Астрономический журнал. С 1884 г. Чандлер учился работать на зенит-телескопе, но после женитьбы перешел на работу экономиста, оставаясь при этом большим любителем Астрономии. Он не был удовлетворен работой зенит-телескопа и придумал свой

собственный прибор, тестируя который, обнаружил систематические изменения широты Гарварда в 1885 г. Ознакомившись с работой Кюстнера, вышедшей в 1888 г., Чандлер обнаружил соответствие между изменениями в Берлине и в Кембридже. В 1891 он опубликовал статью, в которой писал:

“Соответствие обнаруживается в предположении, что появлению некоторой заданной фазы в Кембридже предшествует ее появление в Берлине раньше на одну четверть периода в 427 суток.”

Так был открыт период, которому впоследствии было присвоено имя Чандлера. Спустя год Чандлер сообщил об открытии годовой компоненты в изменении широт. Свои выводы он получил, обработав около 33000 наблюдений 17 обсерваторий, сделанных на инструментах разного качества в разные годы XIX в. По этим данным им определялись периоды, амплитуды, фазы и направления периодических компонент во вращении Земли. В 1901 г. Чандлер объявил об открытии компоненты с периодом 436 суток и амплитудой, значительно меньшей амплитуды ранее открытых составляющих. Он считал, что биение 427 и 436 суточных компонент приводит к 80-летнему циклу изменения фазы и амплитуды итогового колебания. Если он прав, очередной минимум должен произойти в 2010 г. [59].

Статья Чандлера появилась в Астрономическом журнале 23 ноября 1891 г. Ровно месяц спустя, вышла статья Ньюкомба, в которой чандлеровский период был идентифицирован как эйлеровский, длительность которого на 4 месяца больше предсказанной, вследствие неупругости Земли. По объяснению Ньюкомба, действие центробежной силы приводит к возникновению внутренних напряжений, приводящих к смещению главной оси инерции от положения I_0 , которое она занимала бы, будь Земля абсолютно твердой. Эйлеровский период соответствует изменению положения оси вращения относительно мгновенной оси инерции, период же относительно полюса твердой Земли I_0 , который дают астрономические наблюдения, оказывается длиннее [60]. Интерпретацию Ньюкомба облек в аналитическую форму Хоф (1870-1923) в работе 1896 г. Для описания свойств эластичности Земли

Ляв (1863-1940) ввел в 1909 г. два параметра: k , характеризующий отклик поверхности на приливную силу, и h , описывающий изменение потенциала тяжести из-за перестройки вещества внутри Земли под действием прилива. Числа Лява до сих пор используются для описания деформации сферического тела Земли.

По упоминанию Лорда Кельвина (1824-1907) уже в 1839 г. Хопкинс (1793-1866) высказал идею о том, что изучение вращения Земли может пролить свет на ее внутреннее строение. Уже во второй половине XIX в. из геологических соображений: измерений градиента температуры в шахтах и феномена вулканизма, – появилась гипотеза массивного жидкого ядра, расположенного внутри тонкой коры Земли. Сам Лорд Кельвин возражал против этой гипотезы на том основании, что приливные деформации малы и амплитуды прецессии и нутации, будто бы, также ей противоречат. Последний аргумент был опровергнут Делоне и Ньюкомбом. Если бы сферическое ядро, лишенное вязкости, находилось внутри твердой оболочки, эйлеров период оказался бы не длиннее, а короче. Однако с целью доказать свою точку зрения Кельвин еще в 1876 г. приводил “убедительное” доказательство наличия 10-месячного периода свободной нутации, который будто-бы обнаружил по его просьбе Ньюкомб на основе анализа наблюдений 1862-1865 гг. [10].

Вращению твердой Земли посвящены главы второго тома “Небесной механики”, выпущенного в 1890 г. Тиссераном (1845-1896). Ему принадлежит идея рассмотрения уравнений Эйлера-Лиувилля в системе координат, минимизирующей дифференциальное вращение. В XXVI главе Тиссеран вывел малые почтисуточные члены в движении полюсов, которые еще раньше вычислил Оппольцер (1841-1886). Главы XXIX и XXX, написанные Радо, содержали результаты Хопкинса, касающиеся влияния на прецессию и нутацию жидкого ядра с гладкой эллипсоидальной границей, расположенного внутри твердой коры. Радо привел также уравнения суточных и полусуточных компонент нутации и некоторые результаты Дарвина и Лорда Кельвина. Им же были сделаны вычисления возможных изменений положения оси инерции вследствие перераспределения масс на поверхности Земли. Для описания

такого рода явлений Скиапарелли (1835-1910) впервые ввел термин Геодинамика.

Движению в жидком ядре посвящены работы Хофа и Слудского 1895 г. Решающий вклад принадлежит Анри Пуанкаре (1854-1912). В работе 1910 г. он рассмотрел вращение жидкого слоя лишенного вязкости, независимое от вращения оболочки и не проникающее в область внутреннего ядра [54]. Работы Прандтля 1904 г. позволили рассмотреть вращение с учетом взаимодействия на границе позднее. Общим выводом оказалось существование, помимо чандлеровского колебания, суточного колебания или свободной нутации ядра с расчетным периодом 392 сут.

По мнению П. Мельхиора перечисленные нами авторы заложили фундамент теории вращения Земли. Дальнейшее развитие теорий Ньюкомбом, Лявом, Варом, Молоденским, Джеффрисом и др. основывалось на постоянных экспериментальных открытиях, являвшихся следствием улучшения методов наблюдений и обработки в XX в.

1.1.2 Развитие служб наблюдений в XX веке

В последние десятилетия XIX века возник вопрос о необходимости наблюдений за изменениями широт – следствием отклонений положения полюса вращения Земли от полюса инерции.

Предложение организовать службу, которая проводила бы наблюдения за изменениями широт, впервые внес Эмануэль Фергола на конференции Международного геодезического общества в 1883 г. в Риме [63]. Для наблюдений было предложено использовать вертикальные меридианные инструменты обсерваторий, расположенных на одинаковых широтах. Комиссия под руководством Скиапарелли рассмотрела предложение Ферголы, и резолюция, основанная на нем, была принята Международной геодезической ассоциацией (МГА). На следующей конференции выяснилось, что из нескольких обсерваторий только две выразили заинтересованность в программе широтных наблюдений. В 1878 г. на встрече организационного комитета был

констатирован тот факт, что проект по резолюции, принятой в Риме, находится на грани провала. По предложению Ферстера создали новый комитет, в который вошли Ферстер, Тиссеран, Вакхейзен, Хельмерт и Вейс. Был составлен отчет, в котором подчеркнута важность наблюдений за изменениями широт для геодезии и астрономии. Отчет рассмотрели на ассамблее МГА 1888 г. и выделили сумму в 4000 марок на разработку программы наблюдений и методов обработки. Хельмерт начал наблюдения по методу Хорбоу-Талькотта на транзит-телескопах в Берлине и Потсдаме в 1889 г. По предложению Альбрехта наблюдения начались так же в Страсбурге и Праге. На ассамблее МГА осенью 1889 г. и заседании организационного комитета в 1890 г. были представлены результаты, показавшие некоторые изменения координат обсерваторий, метод Талькотта признали наилучшим для подобных наблюдений. Была признана необходимость пересмотра предложений Ферголы и Ферстера, касающихся выбора обсерваторий, распределенных по поверхности Земли. Для этого была создана новая специальная комиссия. Комитет признал важность полученных на четырех обсерваториях результатов, вынес решение о выделении 15000 марок на организацию станции наблюдений на Гавайях, поручил Ферголе и Скиапарелли составить заявку на основе предложений, сделанных в Риме, с учетом финансовых возможностей МГА. Тогда же возникла идея о том, что, поскольку астрономы не менее заинтересованы в результатах наблюдений, чем геодезисты, часть расходов они могли бы принять на себя.

Финансовые трудности не были преодолены и в 1891 г. На конференции 1892 г. Хельмертом и Альбрехтом были представлены результаты наблюдений в Берлине, Потсдаме, Праге и Гонолулу, которые четко показывали, что основной вклад в изменения широты обусловлен именно изменением положения оси вращения Земли. Обсуждалось открытие Чандлера, сделанное в 1891 г. Скиапарелли настаивал на необходимости начать наблюдения на четырех обсерваториях, расположенных на одной широте. Однако МГО не было в состоянии их профинансировать.

В 1893 г. был отмечен рост интереса астрономов к вопросу изменения

широт и результату, полученному Чандлером. Однако к следующей встрече переговоры с Международным астрономическим обществом (МАО) так и не были проведены. Скиапарелли вновь аргументированно настаивал на необходимости организовать наблюдения на четырех обсерваториях силами МГО. Голосованием была выбрана комиссия, которой были поручены переговоры с Астрономическим обществом. В ее состав вошли два директора астрономических обсерваторий Скиапарелли и Ферстер а также Тиссеран. В 1894 г. было составлено письмо, отправленное председателю МАО Гильдену. Члены МАО проявили интерес к научным результатам наблюдений за изменениями широт, согласились принять участие в составлении плана наблюдений, однако отказались принимать участие в проверке, вычислениях и публикации результатов. Вакхейзен и Тиссеран высказали предположение о том, что астрономы, возможно, даже более заинтересованы в результатах, чем геодезисты. Однако возлагать надежды на МАО, единственную организацию, представлявшую интересы всего астрономического сообщества, на плечи которой ложились задачи координирования выполнявшихся в то время проектов по составлению Карты неба и Зонального каталога, с практической точки зрения было неразумным.

На конференции в Берлине в 1895 г., вопреки возражениям некоторых членов, считавших что МГО должно ограничиваться в своей деятельности призывами к международному сотрудничеству, оказанием поддержки в проведении вычислений и публикацией результатов, удалось увеличить годовой бюджет МГО с 20 до 75 тысяч франков, в том числе, с целью организации Международной службы широты (МСШ).

На ассамблее МГО 1898 г. были представлены результаты подготовки к работе, список станций – кандидатов на включение в МСШ. Наилучшими кандидатами были признаны станции, расположенные на широте $39,8^{\circ}$ С.Ш. В список были включены станции Мицузава (Япония), Карлфорте (Италия), Довер или Гейтерсбург (восток США), Юкайя (запад США), Цинцинатти (центр США), Чарджуй (Россия). Все станции были поставлены на полное финансирование, за исключением

последних двух, финансирование которых было частичным. Было принято решение проводить наблюдения на зенит-телескопах по методу Талькотта. Четыре станции оснастили зенит-телескопами с апертурой 108 мм и фокусным расстоянием 130 см, сконструированными фирмой Ваншафт в Берлине. Станции Чарджуй и Цинцинатти получили телескопы той же фирмы с апертурой 68 мм и фокальным расстоянием 87 см.

Осенью 1899 г., во многом благодаря усилиям Хельмерта и Альбрехта, МСШ начала работу. Наблюдения начались в Цинцинатти 1 сентября, в Чарджуе 10 сентября, в Гейтерсбурге 2 октября, в Юкайе 11 октября, в Карлофорте 24 октября и Мицузаве 16 декабря. До конца 1900 г. наблюдения проводили проф. Кимура и др. Накано в Мицузаве, лейтенант-полковник Осипов в Чарджуе, проф. Цискато и др. Бианки в Карлофорте, Эдвин Смит в Гейтерсбурге, проф. Портер в Цинцинатте и др. Шлезингер в Юкайе. Центральное бюро МСШ было размещено в геодезическом институте в Потсдаме, пост директора занял Хельмерт.

Российская станция МСШ в Чарджуе принадлежала Ташкентской астрономической обсерватории, созданной в 1873 г. для определения географических координат городов центральной Азии. С 1890 по 1900 г. директором обсерватории был Геденов. В 1893 г. был получен зенит-телескоп Ваншафта. Большую заинтересованность в наблюдениях расположенной далеко от европейских городов Ташкентской обсерватории за изменениями широт проявили Скиапарелли и пулковские астрономы. В 1898 г. в 3 км от берега Аму-Дарьи была построена станция наблюдений Чарджуй, на которую установили зенит-телескоп из Берлина. Станция провела 35000 определений широты в рамках службы МСШ до 1919 г., когда было принято решение о переводе станции в район города Китаб в Узбекистане. Станция начала работу в 1930 г. Она получила новый инструмент. Во время второй мировой войны в Китаб была эвакуирована обсерватория Семейза, а в Ташкент – Пулковская обсерватория. После прекращения работы МСШ станция Китаб была оснащена оборудованием DORIS, GPS, и продолжила работу на современном уровне [61].

В 1919 г. был образован Международный совет научных союзов, в состав которого, среди прочих вошли Международный астрономический союз (МАС) и Международный союз геодезии и геофизики (МСГГ). Два последних союза учредили комиссию по движению полюсов, президентом которой был назначен Кимура [62]. Он был назначен также директором МСШ, центральное бюро которой было переведено в Мицузаву по решению первой ассамблеи МАС в Риме в 1922 г. Однако в МСШ складывалась критическая ситуация в связи с тем, что прекратили работу некоторые станции: перестала работать станция Цинцинатти, из-за необходимости переноса на более устойчивую почву в 1919 г. прервала работу станция Чарджуй, прервала работу также станция Гейтерсбург. В 1928 г. было принято решение начать наблюдения на станциях, расположенных на одной широте в южном полушарии – в Аделаиде в Австралии и Ла Плате в Аргентине. Кимура предложил начать наблюдения также в Батавии (Индонезия), однако, поскольку эта станция была единственной на своей широте, обработка данных оказалась затруднительной.

Тем временем, все больше не входящих в МСШ станций осуществляли наблюдения за изменениями широт. Уже к 1950 г. возник вопрос о преобразовании МСШ с привлечением данных наблюдений независимых станций. Большую роль в обсуждении и планировании будущего МСШ сыграл Евгений Павлович Федоров (1909-1986) который с 1955 по 1961 г. был президентом комиссии No 19 МАС носившей до 1967 г. название “Вариации широт”, а в последствии переименованной во “Вращение Земли”. Ассамблея МАС, созванная в Москве президентом Федоровым в 1958 г. стала решающей в судьбе МСШ. На ней обсуждались перспективы ее реформирования. Федоров был редактором собрания статей, посвященных развитию МСШ, вышедшего в Москве в 1960 г. В нем свое мнение по этому вопросу высказали такие ученые как Спенсер Джонс и Мельхиор, Хаттори и Фелькенштейн, Мунк и Висенте, Секигучи, Янг, Федоров, Торао, Стойко. На 1960 г. был назначен специальный симпозиум, результатом работы которого стала реорганизация МСШ в новую Международную службу движения полюса

(МСДП). На МСДП возлагались задачи сбора и обработки наблюдений как с бывших станций МСШ, так и независимых станций. На XI ассамблее МАС была утверждена структура МСДП, по предложению Федорова, центральное бюро было размещено в Мицузаве, директором назначен Хатори. С 1962 г. МСДП приступила к работе. Директором МСДП в 1963 г. стал Юми, а в 1980 г. его сменил Йокояма.

Определения координат станций МСШ послужили основой для установления международного конвенционного начала и земной системы координат в 1964 г.

Большое значение определение положения полюса сыграло для службы времени. Международное бюро времени (МБВ) возникло при Парижской обсерватории в 1912 г. Официальный статус оно получило в 1919 г. когда на него была возложена задача слежения за унифицированной шкалой всемирного времени UT и радиопередача сигналов точного времени. Такие сигналы позволяли синхронизовать удаленные часы с точностью около 0.01 с, в дальнейшем доведенной до 1 мс. На протяжении всего времени своего существования МБВ вело также исследования в областях, связанных с техническим совершенствованием часов, распространением сигналов, унификацией долгот, совершенствованием каталогов звезд и методов наблюдений, проводились также исследования вариаций координат полюса. МБВ создало собственную службу времени в Парижской обсерватории, которая долгое время воспринималась как международная опорная служба времени. До 1929 г. для определения UT МБВ использовала наблюдения Парижской обсерватории. В дальнейшем стали использовать приведенные к шкале “средней обсерватории” UT0 результаты измерений UT_i на 6 обсерваториях. В 1931 г. бюллетень МБВ приобрел вид, сохранявшийся до 1966 г. Он содержал ежедневные значения UT, номинальное время сигналов точного времени и время их эмиссии. С 1939 г. в бюллетене также публиковалась поправка за изменения положения полюса, тем самым, позволяя вычислить время, впоследствии получившее название UT1. Мировая война осложнила условия работы МБВ, вычисления по международным данным пришлось

прервать. К 1965 г. была создана быстрая служба движения полюса, обеспечившая возможность публикации шкалы UT1 в бюллетенях МБВ.

В 1955 г. начали работать первые цезиевые часы. За десятилетие появилось несколько часов, собранных в специальных лабораториях и начался их индустриальный выпуск, в МБВ начали работу над атомными шкалами времени, однако, радиосигналы не позволяли синхронизовать часы с достаточной точностью. В 1968 г. появилась система LORAN-C и с 1969 г. шкала времени МБВ стала определяться как среднее трех атомных шкал. Она была рекомендована МАС. С 1971 г. атомная шкала, получившее название ТАИ, стала вычисляться на основе данных множества атомных часов и шкал TA_i . В 1973 г. использовались данные 68 часов 10 лабораторий 8 стран. В 1987 г. эти числа выросли до 223, 36 и 24 соответственно. Шкала всемирного координированного времени UTC, реализующая связь атомного времени ТАИ и UT1, была определена в 1965 г, хотя идея возникла много раньше. До сегодняшнего дня решения по шкале ТАИ находятся в ведении МБВ, а решения по добавочной секунде принимает МСВЗ.

Финансовая поддержка МБВ со стороны МАС и МСГГ была незначительной, впоследствии поддержку оказывало ЮНЕСКО, МСДП и некоторые другие организации. Однако, основной финансовый вклад на протяжении истории существования МБВ вносила Парижская обсерватория. Также с 1928 по 1965 г. фактическим директором МБВ был директор Парижской обсерватории. В связи с этим МБВ часто подвергалась критике как организация, зависящая от администрации обсерватории.

В 70-х годах XX в. стало ясно, что появившиеся новые методы наблюдений могут быть использованы для определения параметров, отражающих вращение Земли, при этом их качество может значительно превзойти качество оптических наблюдений. В 1978 г. был задуман проект по мониторингу вращения Земли и сравнению методов, впоследствии получивший название MERIT. Черновой проект был рассмотрен в 1979 г. на Ассамблее МАС в Монреале. После некоторых поправок в том же году он был представлен на ассамблее МСГГ.

Около сотни организаций выразило согласие принять участие в проекте. Планировалось использовать шесть различных методов наблюдений.

1. Оптическая астрометрия - классическая методика, основанная на визуальных и фотографических наблюдениях времени и зенитного расстояния транзита через меридиан избранных, близких к зениту звезд.
2. Доплеровское слежение за спутниками. Измерение доплеровского сдвига радиосигнала, излучаемого системой искусственных спутников, созданных для навигации военно-морского флота США, и сравнение с вычисленными орбитами, позволяет определить координаты полюса.
3. Лазерная локация спутников. Анализ времени распространения импульсов лазера до спутника и обратно после отражения позволяет получить данные о положении Земли.
4. Лазерная локация Луны. Отражатели на Луне позволяют уточнять взаимное положение Земли и Луны, лишь немногие обсерватории обладали достаточными средствами для регулярных наблюдений такого рода.
5. Радиointерферометрия. Наблюдения удаленных радиоисточников минимум двумя радиотелескопами, сигнал от которых сводится по кабелю на коррелятор, работающий в реальном времени.
6. Радиointерферометрия со сверхдлинной базой (РСДБ). Сигналы антенн, разнесенных на значительные расстояния, записываются на магнитные ленты и отвозятся на коррелятор для анализа.

При подготовке к эксперименту были выработаны специальные стандарты, приняты методы редукиции и обработки данных. Коллокация, или расположение различных средств наблюдений в одном месте, позволяла провести непосредственное сравнение качества работы разных методов. С 1 августа по 31 октября 1980 г. была выполнена короткая серия наблюдений. Координационный центр находился в МБВ. По

каждому из методов работали один или два координационных центра дополнительно. В анализе принимали участие около 20 организаций. По результатам короткой серии были исправлены недостатки, и 1 сентября 1983 г. началась основная серия наблюдений по проекту MERIT, которая продолжалась до октября 1984 г. Параллельно проводились две интенсивные кампании наблюдений группы по земной конвенционной системе отсчета COTES. Улучшение качества измерений по результатам лазерной локации и РСДБ были настолько очевидны, что когда срок эксперимента истек, было решено поддерживать активность этих средств на прежнем и даже более интенсивном уровне. Результаты, представленные на различных совещаниях и ассамблее МАС в 1985 г. привели к внесению рекомендаций по формированию новых земной и небесной систем отсчета и по созданию Международной службы вращения Земли (МСВЗ). Работа по эксперименту MERIT-COTES продолжалась до конца 1987 г. Опыт международного сотрудничества оказался очень полезным при формировании МСВЗ. Использование лазерной локации было признано необходимым для обеспечения регулярности данных, однако, предложение положить в основу данные РСДБ не нашло поддержки большинства [64].

1.1.3 Деятельность Международной службы вращения Земли

Международная служба вращения Земли была окончательно утверждена МАС и МСГГ в 1987 г. и приступила к работе 1 января 1988 г. Она стала наследницей накопленных за десятилетия ценных данных о вращении планеты. На нее были возложены следующие основные задачи:

- Поддержка международной небесной системы отсчета и ее реализации.
- Поддержка международной земной системы отсчета и ее реализации.
- Вычисление параметров ориентации Земли, необходимых для изучения вариации вращения Земли и для преобразований между

земной и небесной системами отсчета.

- Сбор геофизических данных, необходимых для интерпретации и моделирования вариаций вращения Земли и изменений положения точек земной системы отсчета относительно небесной.
- Разработка стандартов, конвенционных моделей, утверждение значений констант.

Основными целями деятельности МСВЗ являются исследование и мониторинг вращения планеты, а также построение и улучшение систем отсчета, в связи с чем, в 2003 г. было принято решение, согласно которому МСВЗ можно расшифровывать как Международная служба вращения Земли и систем отсчета.

Рассмотрим подробнее деятельность этой организации [15].

В первую очередь МСВЗ осуществляет сбор наблюдательных данных, для этого в ее состав входят технические центры РСДБ, ЛЛС, ЛЛЛ, GPS и DORIS.

- Международная служба РСДБ. Использовать РСДБ для определения положения Земли в пространстве начали в 1980 г. [65]. Точность радиоинтерферометрии зависит от длины базы и ее ориентации относительно наблюдаемого радиоисточника. Методика совершенно нечувствительна к изменениям положения геоцентра, зато позволяет сделать очень точные измерения всех компонент ориентации Земли. Мировые сети РСДБ включают более 1000 антенн, однако спектр решаемых ими задач столь широк, что на геофизические наблюдения в среднем выделяется несколько часов в неделю. Существуют программы еженедельных суточных наблюдений CORE (длительные наблюдения вращения Земли NASA), NEOS (Национальная служба ориентации Земли, NASA, USNO, NOAA), ежедневных двухчасовых интенсивных наблюдений на базе Wettzell-Kokee, а также ежемесячных и других специальных кампаний. Так, VLBA выделяет шесть наблюдательных дней в году для целей астрометрии и геодезии,

европейская сеть, координируемая Боннским университетом, также выделяет несколько суток в году. Время от времени, для демонстрации потенциально возможного уровня точности проводятся длительные сессии на протяжении 1-2 недель. Последняя такая серия CONT02 проводилась в октябре 2002 г. Для извлечения информации используются корреляторы Mark IV и Mark V обсерватории Haystack, USNO и института Макса Планка. Данные предоставляются не сразу, а спустя несколько суток после наблюдений, но их точность вне конкуренции, как и дороговизна. Перспективным видится развитие мобильных систем РСДБ, проведение корреляции с использованием сверхскоростных каналов Internet [66].

Интересно отметить, что использование дифференциальной РСДБ-методики в ходе тайминга пульсаров позволяет получать высокоточную информацию о движении экватора, эклиптики, базовых точек небесной системы отсчета. Вращение пульсаров может служить основой для построения стабильной на длительных интервалах астрономической шкалы времени [67].

- Международная служба GPS (IGS). Глобальные навигационные спутниковые системы GPS и Глонасс позволяют получить информацию о вращении планеты высокого пространственного и временного разрешения, а развитая сеть наземных станций (рис. 1.1) служит основой практической реализации земной системы отсчета. Основным достоинством спутниковой системы является постоянная доступность из любой точки Земли и высокая оперативность получения данных. Среди недостатков – наличие большого количества факторов, возмущающих орбиту спутников и, как следствие, вносящих искажение в данные по ориентации и скорости вращения Земли. То, что вариации UT не могут определяться абсолютно, связано с тем, что они прямо коррелированы с положением восходящего узла орбиты спутника, это относится ко всем спутниковым методам. Всегда необходимы эталонные

отсчеты, которые обеспечивает РСДБ. Среди прикладных задач, которые могут решаться с использованием навигационных систем - прогноз погоды, мониторинг ионосферной погоды, спутниковая и наземная навигация, мониторинг вулканов и землетрясений, позиционирование структур, тайминг и мониторинг вращения планеты в реальном времени. Эффективность работы службы зависит от программного обеспечения и инфраструктуры. Планируется улучшение технологии приема GPS/ГЛОНАСС и развитие системы GALILEO [68].

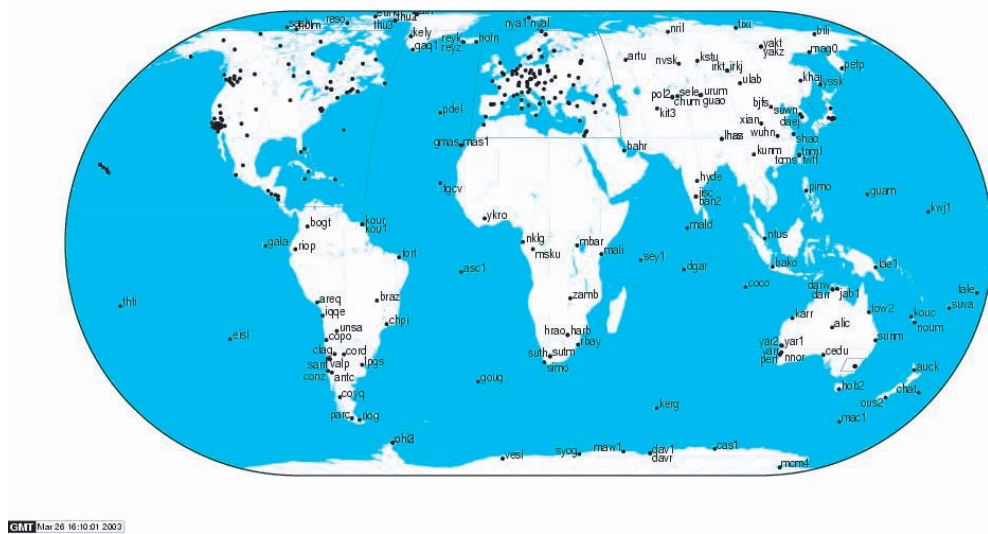


Рис. 1.1: Сеть станций IGS в 2003 г.

- Международная служба лазерной локации (СЛЛ) координирует лазерную локацию искусственных спутников Земли, ЛЛС, и естественного - Луны, ЛЛЛ. Первым спутником, лазерная локация которого была произведена в 1964 г., стал Веасон-В. На сегодня ежегодно выполняются сотни тысяч наблюдений, основными объектами которых являются два спутника LAGEOS и два спутника Etalon. Результаты наблюдений используются МСВЗ для уплотнения рядов наблюдений за вращением Земли. Все спутниковые методы чувствительны к положению начала координат системы отсчета, поэтому, помимо данных о вращении

Земли, СЛЛ предоставляет данные о положении геоцентра и динамике эклиптики. Локация спутников позволяет исследовать гравитационное поле. Немаловажную роль сыграла СЛЛ для поддержки работы низкоорбитальных гравиметрических спутников GRACE, запущенных в 2002 г. Следует сказать, что лазерная локация необходим также для работы навигационных спутниковых сетей, однако IGS выполняет ее своими силами. К сожалению, служба лазерной локации ограничена в возможностях и данные, предоставляемые ею, не столь оперативны, как данные службы IGS и более редки. Для повышения значимости данных СЛЛ необходимо увеличение числа станции и спутников, предоставление службой ежесуточных данных [12].

- Международная служба доплеровской орбитографии и слежения за спутниками DORIS. Спутниковая группировка DORIS насчитывает около десятка спутников, сеть насчитывает около 50 станций. Современное оборудование спутников позволяет вычислять орбиту на борту и проводить наблюдения в нескольких каналах. По результатам наблюдений определяются ПВЗ и положение геоцентра. Служба находится на испытательном сроке, и есть надежда на то, что она будет в постоянном составе технических служб МСВЗ [13].

Таким образом, данные о вращении Земли поступают от нескольких надежных технических служб, однако, их разнородность, как по точности, так и во времени делает непростой задачу их комбинирования. Эта задача решается службой комбинирования посредством вычисления весов на основе анализа дисперсий Аллана, характеризующих качество рядов [14],[69].

Комбинационные центры МСВЗ решают задачу создания методов и разработки ПО для анализа и вычисления комбинированных продуктов. При этом общая методика такова: анализируются и исследуются в различных аспектах индивидуальные решения, формируется система нормальных уравнений без ограничений, индивидуальные решения

обрабатываются, исключаются выбросы, для избежания смещений определяются параметры Хальмера. После сравнения с использованием весов формируется комбинированный продукт.

Рассмотрим, какие продукты МСВЗ доступны и какие центры их вырабатывают

- Определения и константы. Конвенционный центр МСВЗ разрабатывает общие определения и численные стандарты. В круг его вопросов входят конвенционные небесные и земные системы отсчета, преобразования между ними, модели геопотенциала, движения точек наблюдений, приливных вариаций во вращении Земли, модели тропосферы, модель ОТО для времени и координат, уравнения движения и распространения света. Предложенные центром стандарты утверждаются МАС и Международной ассоциацией геодезии (МАГ).
- Объявления о расхождениях между гражданским и астрономическим временем. Объявления о введении добавочной секунды делаются в специальных бюллетенях МСВЗ.
- Международная небесная система отсчета (МНСО). МАС поручил МСВЗ устанавливать текущую реализацию небесной системы отсчета, следить за ней и обеспечивать связь с другими СО. Для этого создан центр по небесным системам отсчета. Невращающаяся инерциальная система с началом в барицентре Солнечной системы реализована набором точных координат внегалактических радиоисточников, разделенных на три группы: точные, кандидаты, другие. Первая группа включает 212 источников, длительные наблюдения за структурой, положением и собственным движением которых позволили определить МНСО с точностью выше 0.01 миллисекунды дуги. Остальные источники включены в расширенный каталог, содержащий 667 объектов. Сходные по точности системы построены в ИПА, в Бонне, в центре Годдарда. В перспективе ожидается увеличение числа опорных квазаров, особенно в южной полусфере, уточнение собственного

движения и структуры опорных источников расширенного каталога. Оптическая реализация МНСО на базе каталога Гиппаркос, содержащего астрометрические параметры 117955 звезд до 9^m , имеет точность около миллисекунды. Исследования ведутся для каталога 2MASS и UCAC обзора. Ожидается, что проекты GAIA, (FAME, DIVA) повысят точность оптической системы до 50 мкс для звездной величины 9^m за 5 лет работы. Привязка радиосистемы к оптической очень важна. Однако, яркость опорных радиоисточников в оптическом диапазоне не выше 13^m . Связь установлена на текущий момент по 170 объектам на уровне точности 80 мс дуги. Динамическая реализация МНСО основана на численных эфемеридах DE405, разработанных JPL, и лунных эфемеридах LE405.

- Международная земная система отсчета (МЗСО). Вращающаяся с Землей система координат определяется положением геоцентра всей Земли вместе с океаном и атмосферой, шкалой, зависящей от потенциала тяжести, и ориентацией осей. Кинематически МЗСО реализована на базе точек на ее поверхности с точно определенными координатами. Эти точки включают станции РСДБ, СЛЛ, IGS и DORIS. Мобильные средства определения положения позволяют включать и другие пункты, такие как метеорологические станции и станции оптической астрометрии. Наиболее точно определяются координаты коллокационных точек, на которых одновременно функционируют средства наблюдений разных технических центров. Принятая на сегодня система МЗСО2000 включает около 500 станций и 101 коллокационную точку, наблюдения на которых проходили не менее 3 лет, скорости перемещений которых известны с точностью не хуже 3 мм/г. При работе с кинематической реализацией МЗСО принимают в расчет эффекты твердотельного земного прилива, эффекты ОТО, изменения положения геоцентра, модель движения литосферных плит NUVEL-1A (рис. 1.2) и др. Динамическая система реализована на основе космической спутниковой геодезии. Однако из-за того, что спутниковые методы

чувствительны не ко всем параметрам, задающим МЗСО, прибегают к специальным ограничениям. При этом необходим учет модели геопотенциала и эффектов ОТО. Разработка МЗСО находится в компетенции центра по земной системе отсчета.

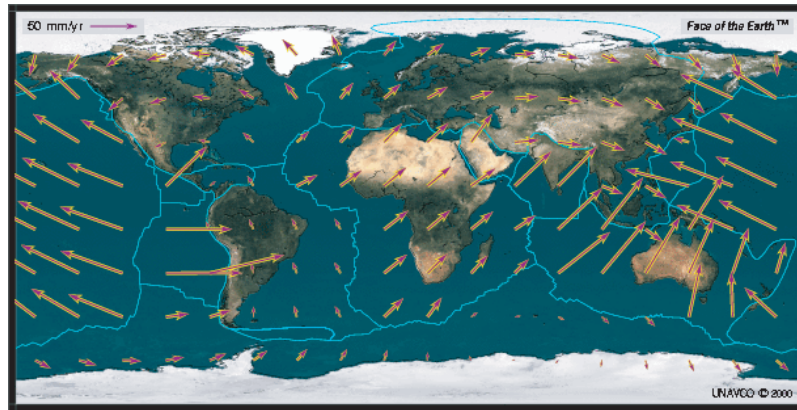


Рис. 1.2: Модель движения литосферных плит NUVELL-1A NNR.

- Информация о вращении Земли на больших интервалах времени. В бюллетене C01 публикуются координаты полюса шагом 0.1 года с 1846 г., шагом 0.05 года с 1890 г. С 1900 г. в нем приводятся данные о поправках к прецессии и нутации и с 1962 г. – данные по UT1-UTC. Для обработки данных до 1899 г. использовано решение Федорова и др. Оптические наблюдения с 1900 г. обработаны методом Вондрака на основе опорной системы Гиппаркос. Одним из продуктов МСВЗ является бюллетень, содержащий среднее положение полюса. Отмечено, что в среднем полюс дрейфует в направлении 75° западной долготы со скоростью около 3 мс дуги в год (рис. 1.3).
- Параметры вращения Земли (ПВЗ), необходимые для преобразования между земной и небесной системами координат. Месячные данные о вращении и ориентации Земли, ежесуточные оценки ПВЗ в режиме реального времени, предоставляются в бюллетенях в виде долгопериодического ежесуточного решения C04, нормального пятидневного решения C02 и ежесуточного

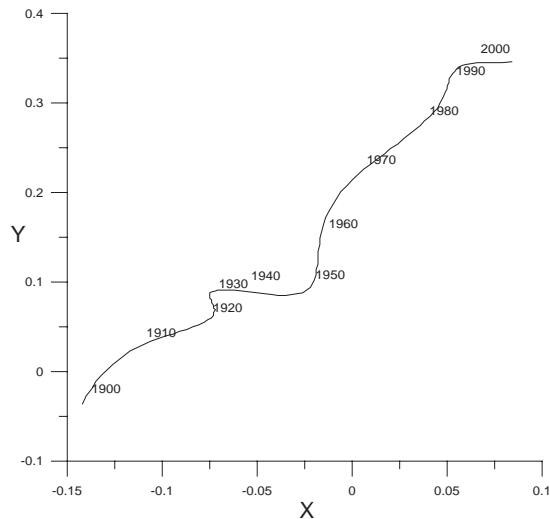


Рис. 1.3: Перемещение среднего полюса.

решения C03, а также сглаженного решения в бюллетене В. При вычислении решений по нормальным точкам C02 и C03 используются полная корреляционная матрица и устойчивая процедура оценки М-Хубер. Большое внимание МСВЗ уделяет оцениванию ПВЗ в соответствии с принятыми системами отсчета. Делается все возможное для повышения точности, однако вероятность возникновения смещений и отклонений полностью исключить нельзя. Проводятся исследования долгопериодических отклонений и систематик.

- Прогнозы ПВЗ. Центр прогнозов работает в USNO и JPL. Прогноз USNO публикуется в бюллетене А. Прогноз прецессии и нутации выполняется на основе утвержденных моделей. Поправки прогнозируются на основе конвенций, в отсутствие РСДБ наблюдений длина прогноза сокращается.

Для быстрого определения ПВЗ по наблюдательным данным используются взвешенные кубические сплайны со сглаживанием. Веса подбираются обратно пропорциональными квадратам оценок точности используемых методов. Сплайны для экстраполяции рядов подбираются на основе наблюдений и весов точек. Субсуточные

вариации предварительно исключаются. Для их прогноза используется модель Рея. Координаты полюса прогнозируются посредством экстраполяции годовой и чандлеровской компонент, оцененных на предшествующем интервале времени с применением авторегрессионного фильтра. При прогнозе UT1-UTC больший вес придается данным IGS. Все известные эффекты, такие как добавочная секунда, зональные прилив, сезонные вариации предварительно исключаются из наблюдений. Годовые и полугодовые колебания подбираются по предыдущим 403 суткам и экстраполируются на несколько месяцев вперед. Разность между последним наблюдением и экстраполированной кривой используется для добавления поправок, абсолютные значения которых уменьшаются с удлинением срока прогноза.

Для прогноза n будущих значений сглаженная по n предыдущим значениям величина вычитается из последнего наблюдения $(UT1_R - TAI)_0$.

$$(UT1 - TAI)_n = 2(UT1_R - TAI)_0 - \langle UT1_R - TAI \rangle_{-n}$$

Степень сглаживания зависит от длины прогноза. После этого прибавляются известные эффекты. Процесс повторяется для каждого дня прогноза. Самое близкое по времени значение UT1-UTC сильно зависит от оценок UT, вычисляемых USNO по движениям плоскостей орбит GPS. Оценки продолжительности суток (ПС) комбинируются с UT оценками для ограничения величины изменения UT1 за день. Для пяти первых дней привлекаются прогнозы атмосферных угловых моментов возмущений, влияющих на ПС. Последнее улучшение прогноза UT1-UTC связано с добавлением данных об атмосферном возмущающем моменте, вычисляемом в центре NCEP для 70 дней. Для короткопериодических прогнозов используется авторегрессионный фильтр. Многолетний прогноз UT1-UTC служит для определения момента введения добавочной секунды. Надежды в центре прогнозов МСВЗ возлагают на сингулярный

спектральный анализ и нейронные сети.

- Данные, связанные с геофизическими флюидами и распределением углового момента. Центр глобальных геофизических возмущений МСВЗ отвечает за поддержание служб мониторинга и проведение исследований по всему миру в областях, связанных с вариациями вращения Земли, изменениями гравитационного поля и положения геоцентра, вызванных перемещениями масс в геофизических флюидах, а также с эффектом нагрузки. В рамках центра функционируют 8 бюро: атмосферы, океана, гидрологии, приливов, мантии, ядра, нагрузки и гравитационного поля, а также бюро геоцентра. Для всех геофизических процессов на основе глобальных наблюдений вычисляются такие характеристики, как угловой момент, течения, гравитационные коэффициенты, смещение геоцентра и поля деформации поверхностной нагрузки. Центром флюидов вырабатываются стандарты, размещаются данные в глобальной сети Интернет.

– Бюро атмосферы. В содействии с USNO и NOAA проведен реанализ момента импульса атмосферного возбуждения (МИА) с 1948 г. Новые данные поступают в режиме реального времени, выполняется анализ и прогноз. Месячные архивы доступны по FTP [70].

МИА обусловлен ветрами и давлением. На скорость вращения Земли влияет осевой момент т.е. ветра и течения. На движение полюсов влияют изменения экваториального момента связанные с изменением давления. При вычислениях МИА используется гипотеза обратного барометра, согласно которой флуктуации атмосферных масс и давления оказываются частично скомпенсированы изменением уровня воды в заданном районе. Передача момента зависит от топографии, существенно влияние стрессов и гравитационных течений. Имеется сетка локальных составляющих МИА по секторам. Данные представлены виде разложения, набора стоксовых

коэффициентов.

- Бюро океанов. Океаны оказывают основное влияние на глобальные геофизические процессы на Земле. Было показано, что одним из основных факторов, влияющих на движение полюса являются океанические течения и изменения приповерхностного давления. Изменения распределения океанических масс приводят к изменениям гравитационного поля, смещению центра масс океана и всей Земли. При этом также меняется нагрузка на океаническую кору, что приводит к изменениям координат станций наблюдений, расположенных на островах в океане или на побережье. Бюро океанов ответственно за сбор, вычисления, анализ, архивирование и распространение данных о неприливных процессах в океанах, влияющих на вращение Земли, приводящих к деформациям гравитационного поля и смещениям геоцентра. Доступны ряды компонент момента импульса океана (МИО) с 1985 по 1996 г. шагом пять суток и с 1988 по 1997 г. шагом трое суток, ряды положения океанического центра масс с 1992 по 1994 г. с трехсуточными интервалами. Циркуляция и климат океанов характеризуются индексом ЕССО. Ряды приповерхностного давления даны с разрешением в 12 часов. Имеются программы вычисления углового момента, положения центра масс и приповерхностного давления по моделям глобальной циркуляции.
- Бюро приливов. Проводит сбор данных, связанных с влиянием приливов на вращение Земли и движение геоцентра. Моделируются приливы в океанах. Совершенствуются модели суточных и полусуточных составляющих. Приливные угловые моменты вычисляются по моделям атмосферной циркуляции. Замечено лаговое отклонение между Атлантическим и Тихим океанами. Данные об атмосферных приливах получены из данных нескольких метеорологических центров. С использованием созданных моделей планируется прогнозировать вращение Земли.

- Бюро гидрологии. Предоставляет данные о водных хранилищах и вариациях нагрузок для всех территорий суши в мире. Модели гидрологической циркуляции связаны с климатическими и атмосферными процессами. Морской лед, как часть океанов, не существенен в геодезическом смысле, однако существенны льды суши. Модели NCER позволили вычислить месячные сетки заполненности водных резервуаров. С 1979 по 1993 г. доступны данные ECMWF. Анализируются данные NASA.
- Бюро мантии. Крупномасштабные перемещения в мантии влияют на вращение Земли, гравитационное поле и положение геоцентра. Ко-сейсмические эффекты (кумулятивные эффекты землетрясений) влияют на геодинамические параметры, такие как гравитационные коэффициенты Стокса низкого порядка, ПВЗ и момент инерции. Данные для всех землетрясений выше 5 баллов публикуются в каталоге СМТ Гарварда [71]. В ведении бюро мантии находится также послеледниковое восстановление. Данные о разложении геопотенциала, основанные на моделях вязкости мантии, вычислены с шагом 12° . Тектонические движения мантии и вызванные ими геодинамические эффекты на геологической шкале времени тщательно изучаются.
- Бюро ядра. Потоки в жидком внешнем ядре и движение внутреннего ядра относительно внешнего приводят к различным геодезическим эффектам, наблюдаемым с поверхности Земли и из Космоса. Это вариации вращения и ориентации Земли, изменения гравитационного поля на поверхности Земли, деформации поверхности и вариации положения геоцентра. То, что эти вариации малы, делает возможным их наблюдение лишь с использованием прецизионной техники. Недоступность ядра прямому наблюдению делает поступающую к нам таким образом информацию уникальной. Бюро ядра собирает и распространяет данные и координирует исследования по этой теме. На сайте бюро представлено несколько рядов модельных

данных о потоках в ядре и угловом моменте. В моделях используются наблюдения гравитационного потенциала, предположения и физические соображения. Вариации углового момента ядра очень хорошо согласуются с декадными вариациями продолжительности суток. Важно понимание процессов конвекции в ядре, потоков в нем, геомагнетизма, возмущений на границе ядро-мантия, дифференциального вращения внутреннего ядра и возможных наблюдаемых эффектов, связанных с ними.

- Бюро гравитации и геоцентра. В 2002 г. был запущен спутник GRACE. Бюро предоставило доступ к данным по гравитационному полю с этого спутника 1 и 2 уровня. Создан форум по форматам данных и их использованию. Сведения о геофизических особенностях, необходимых для интерпретации гравитационных данных, открыты для доступа. Генерируются ряды временных вариаций поля, вызванных атмосферными, неприливными океаническими перераспределениями масс и океаническими приливами. Они отличаются от данных других бюро службы геофизических флюидов. Критическая роль положения геоцентра для определения систем координат увеличила интерес общественности к деятельности данного бюро. Прецизионные сверхпроводящие гравиметры, установленные в нескольких точках мира, обеспечивают опорную систему для спутников.
- Бюро нагрузки. Глобальные данные о деформации поверхности, вариациях положения геоцентра и изменениях гравитационного сигнала, обусловленные поверхностными нагрузочными процессами, включаются в ряды реального времени, предоставляемые службой. Точность соответствует современным гравиметрическим методам и точности космической геодезии. Используются данные NCER и ESMWF.
- МСВЗ публикует годовой отчет, конвенции и технические заметки

по разным вопросам, которые обсуждаются на конференциях и симпозиумах.

На сегодня структура МСВЗ включает

- Сети технических станций.
- Центры научного анализа и операционные центры.
- Координационные центры для каждой из методик и центр по мониторингу глобальных геофизических флюидов.
- Центральное бюро и его подбюро.
- Дирекцию.

Точность данных обеспечивает решение технических и научных задач

- Фундаментальной астрометрии и геодезических систем отсчета.
- Мониторинга и моделирования вращения и ориентации Земли.
- Мониторинга и моделирования деформаций твердой Земли.
- Мониторинга вариаций масс в геофизических флюидах, включая атмосферу и гидросферу.
- Определения орбит искусственных спутников.
- Геофизических и атмосферных исследований, изучения динамического воздействия флюидов на твердую поверхность Земли.
- Космической навигации.

1.2 Параметры вращения Земли

Положение центра масс тела в инерциальной системе координат может быть задано тремя параметрами – компонентами радиуса-вектора. Исключим из рассмотрения движение Земли вокруг барицентра системы Земля-Луна и движение этой системы вокруг Солнца, ограничимся рассмотрением лишь вращения Земли. Будем полагать, что начало инерциальной системы отсчета расположено в центре масс Земли (в геоцентре). Несмотря на то, что мгновенное положение геоцентра меняется, его усредненное положение может быть выбрано началом геоцентрической небесной системы координат (ГНСК).

Ориентация твердого тела в инерциальной системе координат XYZ может быть задана с использованием трех параметров, например углов Эйлера.

Свяжем с твердым телом систему координат xyz , начало которой, как и начало системы XYZ расположено в центре масс тела и ориентация, для определенности правая, обеих систем совпадает. Для преобразования координат точки в системе отсчета тела r_{xyz} к координатам в инерциальной системе r_{XYZ} , можно воспользоваться поворотами вокруг осей. Матрицы правосторонних поворотов, т.е. происходящих против часовой стрелки, если смотреть с положительного направления оси, вокруг которой этот поворот осуществляется, задаются формулами

$$R_1(\theta) = R_X(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$R_2(\theta) = R_Y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$$

$$R_3(\theta) = R_Z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Первый поворот на угол ψ будем проводить вокруг оси OZ до тех пор, пока ось oz не окажется в плоскости OZY . При этом точка пересечения плоскостей OXY и oxy , называемая узлом, окажется лежащей на оси OX . Угол ψ называется углом прецессии и выполненный поворот задается матрицей $R_3(\psi)$. Второй поворот будем выполнять вокруг оси OX на угол θ , до тех пор, пока ось oz в плоскости OZY не совпадет с осью OZ . Угол θ называется углом нутации и выполненный поворот задается матрицей $R_2(\theta)$. Последний поворот, снова вокруг оси OZ , будем выполнять, до тех пор, пока ось ox в плоскости OXY не совпадет с OX . Заключительный поворот на угол ϕ описывается матрицей $R_3(\phi)$. Таким образом, три угла Эйлера (ψ, θ, ϕ) полностью определяют преобразование

$$r_{XYZ} = R_3(\phi)R_2(\theta)R_3(\psi)r_{xyz} = R_{res}r_{xyz}.$$

Результирующая матрица поворота R_{res} называется матрицей направляющих косинусов. Как любая матрица поворота она ортогональна $R^{-1} = R^T$, ее столбцы определяют направляющие косинусы осей системы тела xyz в инерциальной системе XYZ , строки - направляющие косинусы осей инерциальной системы в системе координат тела.

Однако, для описания ориентации Земли принято использовать вместо трех, пять параметров вращения Земли (ПВЗ). Углы прецессии и нутации $\Delta\epsilon$ (долгота восходящего узла эклиптики) $\Delta\psi$ (наклонение эклиптики) определяют ориентацию средней оси вращения Земли в инерциальной системе отсчета МНСО, угол θ , на который повернулась Земля, определяется разностью шкал времени UT1-UTC, координаты полюса x_p, y_p задают положение мгновенной оси вращения в системе отсчета, связанной с Землей. Параметры вращения Земли служат для преобразования между земной и небесной системами отсчета, которое выполняется по формуле

$$r_{crs} = PN(t)R(t)W(t)r_{trs}, \quad (1.1)$$

где r_{trs} - радиус-вектор точки в земной системе, который умножается на матрицы поворота: W - обусловленной движением полюсов, PN

– прецессией и нутацией, R – угловым вращением Земли. Очевидно, что использование пяти параметров предполагает наличие некоторой промежуточной системы координат. Раньше такая система задавалась с использованием средней оси вращения Земли, проходящей через Международный эфемеридный полюс (МЭП). Положение этой оси в МНСО описывалось теорией прецессии и нутации и не содержало компонент с периодом менее 2 суток. Согласно резолюциям, принятым на XXIV ассамблее МАС в 2000 г. и вступившим в силу 1 января 2003 г. [36], Международный эфемеридный полюс (МЭП), который до этого определял положение усредненной оси вращения Земли, заменен небесным промежуточным началом (НПН), или полюсом средней оси Тиссерана. Таким образом, промежуточной системой теперь является система Тиссерана. В ГНСО и МЗСО введены точки, лежащие на экваторе промежуточной системы отсчета, названные соответственно Небесным эфемеридным началом (НЭН) и земным эфемеридным началом (ЗЭН). Обе эти точки являются, так называемыми, невращающимися началами (НН). Углом вращения Земли (УВЗ) принято считать угол θ между этими двумя точками, измеренный по экватору промежуточной системы отсчета т.е. в плоскости, перпендикулярной оси, проходящей через НПН и геоцентр. Движение НПН в небесной системе отсчета не содержит компонент с периодами менее 2 суток (частоты от -0.5 до 0.5 циклов за звездные сутки исключены), и определяется теорией прецессии и нутации МАС2000 с точностью не хуже 0.2 мс дуги, поправки определяются из наблюдений. Во вращающейся земной системе отсчета изменение положения НПН происходит с частотами, лежащими вне обратного суточного диапазона (частоты от -1.5 до -0.5 циклов в звездные сутки исключены) и определяется координатами полюса x_p и y_p . Координаты полюса определяются в прямоугольной системе, центр которой связан с полюсом МЗСО, ось X направлена вдоль Международного опорного меридиана (МОМ) (проходящего примерно в ста метрах от отметки Гринвической обсерватории), ось Y – по направлению меридиана 90° западной долготы. Движение полюса, в основном, определяется из

наблюдений, т.к. достаточно точную теорию движения полюса получить пока не удалось. Теория строится на основе уравнения

$$\frac{d}{dt}\vec{H} + \vec{\omega} \times \vec{H} = \vec{L}, \quad (1.2)$$

где $\vec{H} = I\vec{\omega} + \vec{h}$ – угловой момент, I – тензор инерции, $\vec{\omega}$ – вектор угловой скорости вращения Земли, \vec{h} – относительный угловой момент, и \vec{L} – угловой момент сил. Если для прецессии и нутации момент сил со стороны Солнца, Луны и планет в основном известен, то силы, обуславливающие движение полюса известны не всегда. В разделе 3.4, посвященном спектральному анализу, будет более подробно рассмотрены спектральные составляющие движения полюса.

Согласно конвенциям [36], значения параметров движения полюса складываются из трех составляющих

$$(x_p, y_p) = (x, y)_{IERS} + (\Delta x, \Delta y)_{tidal} + (\Delta x, \Delta y)_{nutation},$$

где $(x, y)_{IERS}$ – координаты полюса, публикуемые МСВЗ по наблюдениям, второе слагаемое – суточные и полусуточные компоненты, третье – высокочастотные нутационные компоненты. В диапазон движения полюса оказываются перенесены нутационные компоненты с периодами меньше двух суток в небесной системе отсчета. Суточные прямые нутационные компоненты соответствуют долгопериодическим прямым и обратным составляющим в движении полюса, полусуточные прямые нутации – прямым суточным вариациям в движении полюса. Долгопериодические компоненты включены в $(x, y)_{IERS}$, прочие требуется добавлять. Таким образом, обусловленные разными причинами отклонения во вращении Земли, оказываются включены в одну группу. Разделение между компонентами (x_p, y_p) и (ε, ψ) сделано не по причине, обуславливающей явления, а по частотному диапазону.

Рассмотрим подробнее составляющие выражения (1.1). С использованием матриц вращения вокруг координатных осей матрицу для движения полюсов можно представить в виде

$$W(t) = R_3(-s')R_2(x_p)R_1(y_p),$$

где введен параметр, определяющий положение ЗЭН на экваторе промежуточной системы

$$s' = \frac{1}{2} \int_{t_0}^t (x_p \dot{y}_p - \dot{x}_p y_p) dt.$$

Матрица углового вращения представляется в виде

$$R(t) = R_3(-\theta),$$

здесь θ - угол вращения Земли.

$$\theta(T_u) = 2\pi(0.7790572732640 + 1.00273781191135448T_u),$$

где $T_u = JDUT1 - 2451545.0$, а JD UT1 определяется из разности шкал времени $UT1 = UTC + (UT1 - UTC)$.

Матрицу прецессии-нутации можно записать в виде

$$PN(t) = R_3(-E)R_2(-d)R_3(E)R_3(s),$$

где E и d - углы, определяющие координаты НПН в ГНСО

$$X = \sin d \cos E, \quad Y = \sin d \sin E, \quad Z = \cos d,$$

ранее не использовавшаяся величина s вычисляется по формуле

$$s = - \int_{t_0}^t \frac{(X(t)\dot{Y}(t) - \dot{X}(t)Y(t))}{1 + Z(t)} dt - (\sigma_0 N_0 - \Sigma_0 N_0),$$

где σ_0 - положение НЭН, N_0 - положение восходящего узла экватора, Σ_0 - х-начало ГНСО на эпоху J2000.0. Матрицу прецессии-нутации можно переписать в виде

$$PN(t) = \begin{pmatrix} 1 - aX^2 & -aXY & X \\ -aXY & 1 - aY^2 & Y \\ -X & -Y & 1 - a(X^2 + Y^2) \end{pmatrix} R_3(s).$$

Величины X , Y вычисляются по теории МАС2000 с добавлением поправок $(\delta X, \delta Y)$, публикуемых МСВЗ по результатам наблюдений

$$(X, Y) = (X, Y)_{IAU2000} + (\delta X, \delta Y)$$

Исходя из этого, матрицу прецессии-нутаии PN можно эквивалентно представить в виде

$$PN(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \delta X \\ 0 & 1 & \delta Y \\ -\delta X & -\delta Y & 1 \end{pmatrix} PN_{IAU},$$

где PN_{IAU} – матрица прецессии-нутаии, основанная на модели IAU2000.

Теория прецессии и нутаии МАС2000 заменила теорию нутаии МАС1980 и модель прецессии МАС1976. Она создана на основе теории нутаии твердой Земли Суши и других [72] и передаточной функции Метьюса [41]. Теория была получена уточнением по наблюдениям семи параметров, возникающих при решении линеаризованных уравнений вращающейся Земли. Изначально модель нетвердотельной нутаии носила название МНВ2000. На XIV ассамблее МАС она получила название МАС2000. Принято два варианта теории: МАС2000А с погрешностью не выше 0.2 мс, включающая 678 лунно-солнечных и 687 планетных компонент, и сокращенная МАС2000В, дающая точность 1 мс. Несмотря на то, что была также построена предварительная модель свободной нутаии ядра (СНЯ), она не была принята к использованию и в вычисления не включается. Для вычисления малых величин s и s' МСВЗ предоставляет специальные программы.

Итак, положение оси вращения в теле Земли задается двумя прямоугольными координатами x_p и y_p . Ось x направлена вдоль Гринвического меридиана, ось y – в направлении 90° западной долготы. Ось, проходящая через НПН, совершает прецессионные и нутаионные колебания в инерциальном пространстве.

Изобретение атомных часов во второй половине XX века позволило начать регулярный и точный мониторинг отклонений в скорости вращения планеты. Сличение атомной шкалы Всемирного

координированного времени UTC с получаемой из астрономических наблюдений и связанной с вращением Земли шкалой Всемирного времени UT1 позволяет отслеживать эти отклонения а также вычислять продолжительность суток. МСВЗ публикует бюллетени, содержащие разность UT1-UTC и величину продолжительности суток. Следует сказать, что временной ряд UT1-UTC отражает помимо скорости вращения Земли, все изменения, которые претерпевала шкала UTC. Вследствие замедления вращения Земли, шкала UT1 отстает от UTC. Шкала UTC используется повсеместно и время от времени подводится для согласования с вращением Земли. До 1972 г. к UTC, при необходимости, каждый раз добавлялась 0.1 секунда, так чтобы рассогласование не превышало 0.1 с. Однако столь частые поправки оказались неудобны. В 1972 году было принято решение о том, что вносить изменения в UTC нужно реже, и добавлять по 1 секунде для того, чтобы рассогласование с UT1 не превысило 0.7 с. Последняя такая секунда была добавлена к последней секунде 1998 года и с тех пор, по причине ускорения вращения Земли, не добавлялась. По новым соглашениям следующая будет добавлена лишь тогда, когда рассогласование приблизится к 0.9 с, однако этот вопрос дискутируется.

Глава 2

Описание основных моделей

*Пока Земля еще вертится, пока еще ярок свет,
Господи, дай же Ты каждому, чего у него нет:
Мудрому дай голову, трусливому дай коня,
Дай счастливому денег... И не забудь про меня.
Б. Окуджава*

2.1 Подходы к моделированию

После того, как цель исследования поставлена и задача определена, прежде, чем приступить к ее решению, необходимо выбрать метод, который мог бы дать наилучшие результаты. Необходимо провести сравнение, при этом должен быть найден компромисс между продуктивностью метода и его сложностью, в случае необходимости, разработан собственный подход. Многообразие имеющихся методов так велико, что если бы мы поставили задачу описать и испробовать все, нам не хватило бы ни времени, ни места. Однако более широкий взгляд позволяет увидеть общность многих подходов, выделить основные направления, по которым можно двигаться. Поэтому прежде, чем перейти к детальному описанию использованных нами методов, считаем нужным кратко, в общих чертах рассмотреть подходы к анализу и моделированию, сложившиеся к нашему времени.

Одним из основных фактов, делающих возможным изучение того

или иного предмета или явления в природе можно считать то, что этот предмет удастся разложить на составные части. Так, уже Евдокс Книдский (406-355 г. до н.э.), разложивший движение планет на составляющие вдоль и поперек эклиптики, использовал одну из основных стратегий, которую можно сформулировать так: разбить задачу на две составляющие, одна из которых может быть громоздкой, но простой, а вторая – небольшой по объему, но сложной. На первом этапе исследований второй частью нужно пренебречь [47].

Примером такой стратегии может служить линеаризация. Именно свойство линейности позволяет разделять решение на составные части, используя принцип суперпозиции. Если задача нелинейна, и неизвестно, что ее решение представляется некоторой комбинацией более простых составляющих, то проводят либо разложение в ряд и ограничиваются первыми членами до некоторого порядка малости, либо, в первом приближении, задачу решают как линейную, а затем находят, как меняются параметры решения под действием возмущений. В наше время ведутся активные поиски новых подходов к решению нелинейных задач [19].

Целью математического моделирования можно считать установление математического закона, наиболее точно описывающего явление. Математическая модель должна хорошо аппроксимировать имеющиеся наблюдения, она может содержать большое число параметров, однако аппроксимационная модель не всегда хорошо экстраполируется на будущее.

Если же ставится задача проникновения в суть природного явления, нахождения его причин и построения теории то такой подход мы назовем физическим моделированием. Хорошая физическая модель, конечно, тоже имеет математическое представление, которое может содержать меньшее число параметров в сравнении с аппроксимационной математической моделью, но иметь более сложный вид, она должна обладать предсказательной силой. Очевидным примером различий математического и физического подхода служат системы мира Птолемея и Коперника.

Успехи небесной механики в XVII в. сильно укрепили веру в возможности описания явлений математическими законами. Но уже тогда понимали, что невозможны наблюдения, которые не искажались бы влиянием различных факторов, причины которых неизвестны. Необходимость уменьшения влияния таких факторов, приводящих к ошибкам наблюдений, которые нельзя исключить, привела к изобретению независимо Лежандром (1752-1833) и Гауссом (1777-1855) метода наименьших квадратов (МНК).

Позднее стало ясно, что описание некоторых явлений детерминированными законами вообще невозможно. Только благодаря развитию теории вероятностей и статистики удалось подступиться к задачам, постоянно возникающим в биологии, экономике, науках об обществе, где совместное действие большого числа факторов, информация о которых неполна, позволяет математически описывать явления лишь с использованием вероятностных законов.

Подходы к моделированию в XX веке обрели новое лицо благодаря развитию кибернетики, пионером которой был Норберт Винер, созданию Шенноном теории информации, разработке теории оптимизации и теории систем вместе со значительным прогрессом вычислительных средств и численных методов.

Новые математические идеи всегда возникают в активно развивающихся областях науки. В конец XX в особенно много методов дала биология.

Для описания некоторых сложных, сильно зашумленных систем оказались удобными аппроксимационные модели “черного ящика”. Такие модели хотя и не дают представления о законах развития явлений, тем не менее, хорошо усваивают основные их особенности. В процессе обучения они приспособляются и с успехом используются для воссоздания или имитации поведения систем.

С позиций поставленной задачи анализа наблюдений и прогнозирования вращения Земли, из всех методов нас будут особо интересовать методы обработки данных, сигналов, анализа временных рядов, динамического моделирования, решения некорректных задач,

оптимизации и обучения.

Под временным рядом чаще всего понимается серия наблюдений, сделанных последовательно во времени. Наблюдаемая величина может быть векторной. На интервалы времени между наблюдениями и их количество не накладывается ограничений, однако удобнее обрабатывать наблюдения, сделанные через равные промежутки времени. Анализ временных рядов проводится для выявления сходства или различия между рядами, выделения тренда, отыскания периодичностей, вероятностного описания случайной составляющей, отыскания закономерностей и прогнозирования.

Для решения этих задач активно используются корреляционный и спектральный анализ, фильтрация, регрессионные методы, привлекается теория случайных процессов. Известно, что большая часть методов разработана и обоснована для стационарных процессов, характеристики которых постоянны во времени. Для процессов, параметры которых меняются во времени, имеются адаптивные методы. Оценивать изменяющиеся параметры по временному ряду, естественно, сложнее чем остающиеся неизменными, их оценки менее достоверны. К анализу некоторых нелинейных и нестационарных временных рядов в последнее время привлекаются результаты теории хаоса и фракталов.

Многие методы можно обобщить на случай рядов, векторные отсчеты которых, упорядочены по некоторой переменной, возможно векторной. Эта переменная может не быть временем вообще а шкала переменной может быть неравномерной. К примеру, в биологии часто возникают задачи, где оказывается удобным использовать биологическое время, текущее неравномерно. Подходящий выбор переменной-аргумента позволяет обнаруживать взаимосвязь и корреляции между процессами, которые не выявляются в других координатах.

Под сигналом обычно подразумевается непрерывный или дискретный процесс, имеющий искусственное происхождение. Так, сигналом можно назвать телефонный, спутниковый сигнал, звуковой сигнал и даже музыку, однако для временного ряда рождаемости или смертности понятие сигнала применимо с трудом. С обработкой сигналов

связан вопрос о выделении информации. Когда обрабатывать сигнал необходимо в реальном времени, по мере поступления информации, к алгоритмам обработки предъявляются особые требования.

Изменение состояния физического объекта, вызванное действием той или иной причины и его свойства могут изучаться с использованием динамического моделирования и теории систем. Под состоянием в теории систем подразумевается некоторый набор характеристик объекта, определяющих его наблюдаемые характеристики в текущий момент и влияющий на его будущее. Внешняя, не подлежащая объяснению в рамках модели причина называется входным воздействием или процессом, его действие приводит к выходному набору характеристик системы в фазовом пространстве, к движению объекта по некоторой траектории. Если в начальный момент t_0 система находилась в определенном начальном состоянии, то ее будущая траектория или выход в момент t полностью определяется начальным состоянием в момент t_0 и тем, какое воздействие поступало на вход на интервале $[t_0, t]$. Общее понятие динамической системы довольно сложно, основное его назначение – описание *“потока причинно-следственных связей из прошлого в будущее”* [73]. При этом вводятся множества допустимых входных и выходных величин, возможных состояний, определяется структура объекта, параметры его модели и др. В связи с этим могут ставиться задачи устойчивости, управления, идентификации, оптимизации, эквивалентности, структуры, декомпозиции, синтеза. Так, задача идентификации систем заключается в построении математической модели динамической системы по наблюдаемым данным и оценивании параметров. Задача оценивания состояния связана с определением траектории объекта, при этом объект должен быть наблюдаемым.

Часто естественным образом понятно где причина а где следствие. Но иногда различие между входом и выходом не очевидно. В этом случае включение наблюдаемых компонент совместно в вектор входа и выхода позволяет модели самой “определить”, действительно ли та или иная переменная является входом, а также имеет ли место обратная связь,

когда выход вновь поступает на вход. При этом важнейшей задачей является адаптация модели к динамике феномена. Если предполагается, что динамическая модель объекта не остается неизменной, используется адаптивная идентификация, оценки параметров модели изменяются под действием новых данных.

Входной процесс, которым можно управлять называется контролем или управлением. Задача теории управления заключается в том, чтобы найти такой управляющий процесс, который приведет объект в заданную точку фазового пространства в нужный момент или заставит объект двигаться по желаемой траектории. Неуправляемая часть входного процесса называется возмущением. Этот термин был впервые введен в небесной механике, и в дальнейшем получил широкое распространение. Так, при движении судна, управление осуществляется посредством двигателей, а возмущающими факторами выступают волнение, снос от ветра и прочее [33].

Многие из задач, связанных с динамическими системами, могут ставиться лишь в отношении объектов, которыми можно управлять. Это определяет то, что лишь ограниченное количество методов теории динамических систем применимо в таких науках, как Геофизика и Астрономия, являющихся, в основном, наблюдательными.

Часто встречается в этих науках постановка вопроса о том, каково входное воздействие, приводящее к наблюдаемому поведению объекта, модель которого в большей или меньшей степени известна. Поскольку зачастую к одной и той же траектории (поведению) объекта могут приводить различные входные воздействия, такая обратная задача является некорректно поставленной.

В начале XX в. Адамар сформулировал критерии корректности задачи, а именно 1) решение должно существовать; 2) решение единственно; 3) решение непрерывно зависит от исходных данных. Многие годы решение задач, не удовлетворяющих этим критериям считалось невозможным и физически бессмысленным. Однако, в 1943 г. Тихоновым была доказана теорема, смысл которой сводится к тому, что сужая множество допустимых исходных данных до замкнутого

множества корректности, для непрерывного взаимоднозначного преобразования удастся построить непрерывное обратное и решить некорректную задачу. После этого некорректные задачи стали считаться не столь безнадежными. Следует заметить, что практически всякое восстановление причины явления по наблюдаемому следствию является некорректной задачей по Адамару. На основе некоторых предположений о классе возможных причин, такую задачу можно сделать условно-корректной по Тихонову, и дать ей разумную интерпретацию.

Методы обработки данных стали активно развиваться с появлением большого числа компьютеров, электронных хранилищ информации, с развитием сети Интернет. Важнейшую роль в этой области стали играть алгоритмы оптимального поиска и классификации данных, экспертные системы и системы искусственного интеллекта. Успехи создания последних во многом связаны с развитием теории обучения. Важными понятиями в теории обучения являются память, стимулы и функция полезности, существенное внимание уделяется прогнозированию. Проблему обучения можно математически сформулировать в виде задачи, которая заключается в нахождении такой функции и подборе ее параметров по имеющимся данным, которая обеспечивала бы правильное отождествление данных, сравнение, прогнозирование и обладала бы достаточными обобщающими свойствами, позволяющими правильно классифицировать данные даже при наличии шумов и искажений. Такого рода задачи легко решаются человеческим мозгом, и делаются лишь первые шаги для решения их с использованием компьютеров. Это вселяет надежды на то, что в будущем перед человечеством откроются новые перспективы. Мы же воспользуемся методами, имеющимися в нашем распоряжении.

2.2 Анализ временных рядов

2.2.1 Спектральный анализ

Основным методом спектрального анализа сигналов долгое время был Фурье-анализ. Поскольку этот классический метод часто используется в нашем исследовании и служит основанием, на котором базируются иные методы, мы считаем нужным рассмотреть его подробно включая историю его становления, вслед за автором [74].

В 1807 г. Йозеф Фурье (1768-1830) представил решение уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = k \frac{\partial^2 \Theta}{\partial^2 t},$$

где $\Theta(x, t)$ – температура в момент t в точке x бесконечного стержня, k – коэффициент теплопроводности. В момент $t = 0$

$$\Theta(x, 0) = f(x).$$

Фурье рассмотрел стержень длины 2π полагая, что $f(x)$ и $\Theta(x, t)$ – 2π периодичны. Решение в виде ряда

$$f(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{int}$$

было выведено им при общем предположении, что все периодические функции представимы тригонометрическими рядами с коэффициентами

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(t) e^{-int} dt.$$

Специальные случаи тригонометрических рядов были уже известны к тому времени. К примеру, Леонард Эйлер дал формулу

$$\frac{1}{2}x = \sin(x) - \frac{1}{2} \sin(2x) + \frac{1}{3} \sin(3x) + \dots$$

Несмотря на то, что математики отнеслись скептически к обобщению Фурье, в 1811 г. ему присудили приз Французской академии наук

за его мемуар. Результат Фурье был правилен, при начальном распределении температур решение представляется в виде конечной тригонометрической суммы. За одно лишь это он был бы достоин премии, однако, в его доказательстве использовались правила дифференцирования и свертки-произведения, обусловившие силу Фурье-анализа.

Тем не менее, математические проблемы остались. Прошло несколько лет, прежде чем Питер Густав Дирихле доказал в 1829 г. достоверность открытия Фурье для большого класса периодических функций. С тех пор анализ пошел по тропе, проложенной гениальной интуицией Фурье. Классической эпохой рядов Фурье можно назвать время, когда математики поставили вопрос о том, каковы функции, представляемые рядами Фурье. Дюбуа-Раймонд дал в 1873 г. пример непрерывной периодической функции, ряд Фурье которой расходился в нуле. Этот результат витал черной тенью над теорией сотню лет. Были и позитивные результаты. В 1880 г. Дани показал, что Фурье ряды представляют локально Липшицевую, в частности дифференцируемую, функцию. В 1881 г. Камиль Жордан доказал, что это верно для функций с ограниченной локальной вариацией. В конце концов в 1904 г. Леопольд Фейер показал, что по коэффициентам Фурье можно восстановить любую непрерывную периодическую функцию. Этого оказалось достаточно для применения результатов к обработке сигналов.

Но приверженцы чистой математики не удовлетворились. Появлялось все больше примеров непрерывных функций с расходящимися хотя-бы в одной точке Фурье-рядами. С другой стороны, Фейер доказал, что непрерывные периодические функции и их ряды сходятся в любой точке в смысле Цезаро.

В области вне непрерывности все надежды на теорию полностью развеял Андрей Николаевич Колмогоров, доказав в 1926 г. существование периодических локально интегрируемых по Лебегу функций, Фурье-ряды которых расходятся во всех точках. Возникли предчувствия, что и в рамках непрерывности таится нечто патологически плохое. В 1966 г. Жан Пьер Кахан и Ицхак Катзнельсон показали, что

для любого набора точек нулевой меры Лебега существует непрерывная периодическая функция с расходящимися в этих точках рядами Фурье. Ситуация с непрерывными функциями была неясна, когда в том же году Леннар Карлесон опубликовал неожиданный результат: всякая локально интегрируемая с квадратом периодическая функция имеет ряд Фурье, сходящийся почти всюду. Это более чем общий результат превзошел все оптимистические ожидания и, вместе с результатом Кахана и Катзнельсона, окончательно закрыл вопрос относительно периодических непрерывных функций. Таким образом, результат оказался не столь плох, как предсказывал в 1873 г. Дюбуа-Реймонд.

Неявное использование разложения в тригонометрические ряды, на наш взгляд, можно видеть уже в построениях Птолемея и Коперника. Однако, физические основы спектрального анализа безусловно возникли, когда стала понятна волновая природа света и звука. В XIX и XX вв. было создано множество методов ручного вычисления амплитуд Фурье по значениям функций с использованием различных приемов и таблиц, а также механических устройств для выполнения анализа зависимостей, заданных графически [75]. С появлением вычислительной техники необходимость в этих устройствах отпала, но еще долгое время спектральный анализ больших рядов был операцией, трудоемкой в вычислительном смысле. Ситуация изменилась с изобретением алгоритма быстрого преобразования Фурье.

Сегодня, в век цифровых технологий, Фурье-преобразование дискретных сигналов по-прежнему используется во многих областях, таких как финансовый анализ, радиосвязь, геофизика и др., но постепенно вперед выходят методы частотно-временного анализа, такие как вейвлет-анализ. Приведем некоторые основы Фурье-анализа непрерывных и дискретных сигналов, прежде чем перейти к рассмотрению других методов.

Рядом Фурье по ортогональной системе функций $\phi_k(x)$ непрерывных на отрезке $[a, b]$ называется представление функции $f(x)$, непрерывной

на $[a, b]$, в виде сходящегося ряда

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \phi_k(x). \quad (2.1)$$

В качестве системы $\phi_k(x)$ чаще всего берется тригонометрическая система

$$\frac{1}{\sqrt{2l}}, \cos \frac{\pi x}{\sqrt{l}}, \sin \frac{\pi x}{\sqrt{l}}, \dots, \cos \frac{n\pi x}{\sqrt{l}}, \sin \frac{n\pi x}{\sqrt{l}}, \dots,$$

ортонормированная на отрезке $[-l, l]$. Если ряд (2.1) сходится равномерно на $[a, b]$, то коэффициенты даются выражением

$$a_n = \frac{\int_a^b f(x) \phi_n(x) dx}{\int_a^b \phi_n(x)^2 dx} \quad \text{для } n \in N.$$

Тригонометрический ряд Фурье на отрезке $[-l, l]$ записывается в виде

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{k\pi x}{l} + b_k \sin \frac{k\pi x}{l} \right),$$

$$a_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) dx, \quad (2.2)$$

$$a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{k\pi x}{l} dx \quad b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{k\pi x}{l} dx.$$

Используя формулы Эйлера

$$\cos kx = \frac{e^{ikx} + e^{-ikx}}{2}, \quad \sin kx = \frac{e^{ikx} - e^{-ikx}}{2i}, \quad (2.3)$$

ряд (2.2) можно представить в комплексном виде

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}, \\ c_k &= \frac{1}{2l} \int_{-l}^l f(x) e^{-ikx} dx. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Записанные ряды содержат бесконечное число членов. Мы не будем приводить все результаты относительно сходимости этих рядов, скажем лишь, что для сходимости ряда Фурье в точке к значению функции $f(x_0)$ в этой точке необходимо, чтобы функция была периодической, абсолютно интегрируемой и удовлетворяла условию Гельдера, формулировка которого такова: существуют конечные односторонние пределы функции в точке $f(x_0 \pm 0)$ и числа $\delta > 0$, $\alpha \in (0, 1]$, $c_0 > 0$ такие, что для всех $u \in (0, \delta)$ выполнено:

$$|f(x_0 + u) - f(x_0 + 0)| \leq c_0 u^\alpha, \quad |f(x_0 - u) - f(x_0 - 0)| \leq c_0 u^\alpha.$$

Для приближения функции можно использовать частичную сумму ряда Фурье

$$S_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n \left(a_k \cos \frac{k\pi x}{l} + b_k \sin \frac{k\pi x}{l} \right),$$

которую можно переписать с использованием ядра Дирихле

$$D_n(u) = \frac{1}{2} + \cos(u) + \dots + \cos(nu) = \frac{\sin(n + \frac{1}{2})u}{2 \sin \frac{u}{2}},$$

и, положив $l = \pi$, в форме

$$S_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x - u) D_n(u) du.$$

Прежде чем перейти к рассмотрению Фурье-преобразования, введем понятие о гильбертовом пространстве H и некоторые другие определения, которые понадобятся в дальнейшем.

В линейном комплекснозначном пространстве C определены операции сложения элементов и умножения элементов на комплексные числа. В нормированном пространстве определены длины векторов, т.е. каждому элементу сопоставлено неотрицательное число $\|x\|$, являющееся его нормой и удовлетворяющее аксиомам нормы. Однако, в нормированном пространстве еще нет скалярного произведения.

Линейное пространство называется унитарным, если для каждой пары элементов в нем определено комплексное число – их скалярное произведение $\langle x, y \rangle$.

Говорят, что унитарное (нормированное, метрическое) пространство полно, если любая фундаментальная последовательность точек этого пространства сходится к предельной точке, принадлежащей этому пространству. Напомним, что фундаментальной называется последовательность $\{x_n\}$ такая, что для любого $\varepsilon > 0$ найдется такой номер N , что для всех $n, m \geq N$ выполнено $\|x_n - x_m\| < \varepsilon$. Полное нормированное пространство называется банаховым. Полное унитарное бесконечномерное пространство называется гильбертовым.

Мы будем рассматривать сепарабельные гильбертовы пространства H , в которых существуют счетные ортонормированные базисы, т.е. существуют такие семейства векторов $e_n \in H$, что

$$\langle e_n, e_m \rangle = \delta_{n,m},$$

где справа стоит символ Кронекера ($\delta_{n,m} = 1$ для $n = m$ иначе $\delta_{n,m} = 0$), и любой элемент представим в виде

$$\|x\|^2 = \sum_n |\langle x, e_n \rangle|^2.$$

Типичными примерами гильбертовых пространств являются пространство интегрируемых с квадратом функций $L^2(R)$, в котором

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(x)dx,$$

и множество всех суммируемых с квадратом последовательностей комплексных чисел с целыми индексами $l^2(Z)$, где

$$\langle c, d \rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \langle c_n d_n \rangle.$$

Пространство $W_k^2(R)$, содержащее все функции из $L^2(R)$, имеющие все производные до k -порядка включительно, принадлежащие $L^2(R)$, носит название пространства Соболева.

Для ортогономированного базиса в унитарном пространстве H справедливо равенство Парсеваля

$$\|x\|^2 = \sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^2, \quad x_i = \langle x, e_i \rangle.$$

Для непрерывного преобразования Фурье мы будем использовать обозначение

$$\hat{f}(\omega) = (Ff)(\omega) = F(f(x)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ix\omega} f(x) dx, \quad (2.5)$$

где $\omega = 2\pi\nu$ - циклическая частота. Квадрат модуля преобразования Фурье часто называют спектром сигнала.

Восстановление функции выполняется с использованием обратного преобразования Фурье

$$f(x) = (F^{-1}\hat{f})(x) = F^{-1}(\hat{f}(\omega)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ix\xi} \hat{f}(\xi) d\xi.$$

Важнейшие свойства Фурье-преобразования даются теоремой о производной

$$F\left(\frac{d^l}{dx^l} f\right) = (i\omega)^l (Ff)(\omega) \quad (2.6)$$

и теоремой о свертке

$$F(f * h) = F(f) \cdot F(h), \quad (2.7)$$

где точкой обозначено произведение, символом $*$ – свертка

$$f * h = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)h(\xi - x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi - x)h(x)dx.$$

Если функция дискретизована с шагом Δx , последовательность ее отсчетов можно представить как произведение функции $f(x)$ и эквидистантных дельта-функций Дирака $\delta(x)$. Преобразование Фурье от этого произведения можно записать в виде дискретного преобразования Фурье

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(x)\delta(t - n\Delta x)\Delta x \right] e^{-i\omega x} = \Delta x \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n e^{i\omega n\Delta x}.$$

Для тригонометрических рядов Фурье верно равенство Симона Дениса Пуассона, являющееся одним из красивейших результатов теории:

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} f(x_n) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \hat{f}(\omega_n).$$

Спектр функции, заданной дискретно лежит в ограниченной полосе частот

$$-1/(2\Delta x) \leq f \leq 1/(2\Delta x), \quad (2.8)$$

частота $1/(2\Delta x)$ носит название частоты Найквиста. Если $f(x)$ из $L^2(R)$ является функцией с ограниченной полосой частот, т.е. ее преобразование Фурье имеет компактный носитель $\hat{f}(x) \equiv 0$ для $|x| > \Omega$, то по теореме Котельникова-Шеннона ее можно полностью восстановить по отсчетам, взятыми с интервалами

$$\Delta x = \frac{\Omega}{\pi} = \frac{|supp(\hat{f})|}{2\pi},$$

где через $|supp(\hat{f})|$ обозначается мера Лебега множества, являющегося носителем \hat{f} (носителем называется область частот с положительной

спектральной плотностью). Восстановление производится с использованием формулы

$$f(x) = \sum_n f\left(n\frac{\pi}{\Omega}\right) \frac{\sin \pi(\Omega x - n\pi)}{\Omega x - n\pi}.$$

В случае, если частота дискретизации окажется выше требуемой, для восстановления сигнала можно будет использовать функцию, убывающую быстрее чем $\sin(x)/x$. Если частота выборки окажется меньше, некоторые высокие частоты могут обнаружиться в областях низких частот и появится эффект наложения спектров или утечки.

Фурье-разложение временного ряда равнозначно вычислению параметров гармонической модели методом МНК. Модель состоит из гармоник заданных периодов, кратных длине ряда, оцениваются амплитуды и фазы, нормальная матрица диагональна вследствие ортогономированности компонент. Если сигнал негармонический, коэффициенты Фурье-разложения могут быть интерпретированы как коэффициенты корреляции гармонической компоненты заданной частоты с анализируемым сигналом. Фурье-анализ не позволяет адекватно судить о нестационарном сигнале.

2.2.2 Вейвлет-анализ

Если спектральный состав сигнала меняется и нужно проследить его изменение, можно использовать оконное Фурье-преобразование

$$T^{wnd} f(w, t) = \langle f, g^{\omega, t} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) g(x - t) e^{-i\omega x} dx$$

где $g^{\omega, t} = g(x - t) e^{-i\omega x}$, а $g(x)$ - временное окно, локализирующее $f(x)$ по аргументу. К примеру, для преобразования Гэбора используется функция Гаусса $g(x) = e^{-\frac{x^2}{\alpha^2}}$. Ширина окна ΔT характеризуется параметром α , и определяет меру временного разрешения. Частотное разрешение определяет $\Delta\omega$. Из соотношения неопределенностей

$$\Delta\omega \sim \frac{1}{\Delta T},$$

сходного с соотношением Гейзенберга в квантовой механике, следует, что стремление повысить временное разрешение приводит к снижению разрешающей способности в области частот. При этом ширина окна не адаптирована к тому, чтобы выявлять особенности сигнала на разных частотах. И хотя для любого g из L^2 можно записать

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (T^{wnd} f_1)(\omega, t) \overline{(T^{wnd} f_2)(\omega, t)} d\omega dt = 2\pi \|g\|^2 < f_1, f_2 >, \quad (2.9)$$

где чертой обозначено сопряжение, а значит, восстановить функцию по $(T^{wnd} f)(\omega, t)$

$$f = (2\pi \|g\|^2)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (T^{wnd} f)(\omega, t) g^{\omega, t} d\omega dt,$$

вместо оконного преобразования более целесообразно использовать вейвлет-преобразование

$$T^{ww} f(a, b) = < f, \psi^{a, b} > = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx,$$

где $\psi(x)$ – материнская вейвлет-функция, $\psi^{a, b} = |a|^{-1/2} \psi(\frac{x-b}{a})$, a – масштабный фактор, b – параметр сдвига. Условие допустимости вейвлет-функции записывается в виде

$$C_\psi = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(x)|^2}{|x|} dx < \infty. \quad (2.10)$$

Данное условие для $\psi \in L^1(R)$ выполнено, если $\hat{\psi}$ непрерывно, и $\hat{\psi}(0) = 0$ или

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) dx = 0. \quad (2.11)$$

Выполнение условия необходимо для обеспечения возможности восстановления функции по вейвлет-преобразованию. Общая формула, аналог (2.9), имеет вид

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dad b}{a^2} (T^{ww} f_1)(a, b) \overline{(T^{ww} f_2)(a, b)} = C_{\psi} \langle f_1, f_2 \rangle,$$

откуда следует формула обращения

$$f = C_{\psi}^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dad b}{a^2} (T^{ww} f)(a, b) \psi^{a, b}. \quad (2.12)$$

В качестве ψ для непрерывного вейвлет-преобразования могут использоваться вейвлет-функции, представленные в таблице 2.1.

Название	Вид во временной области	Вид в частотной области
$Gauss^{(1)}(x)$	$-xe^{-\frac{x^2}{2}}$	$i\omega\sqrt{2\pi}e^{-\frac{\omega^2}{2}}$
$Gauss^{(2)}(x)$ (МНАТ)	$(1-x^2)e^{-\frac{x^2}{2}}$	$(i\omega)^2\sqrt{2\pi}e^{-\frac{\omega^2}{2}}$
$Gauss^{(n)}(x)$	$(-1)^n \frac{d^n}{dt^n} e^{-\frac{x^2}{2}}$	$(-1)^n (i\omega)^n \sqrt{2\pi} e^{-\frac{\omega^2}{2}}$
DOG (Diff. of gaussians)	$e^{-\frac{x^2}{2}} - 0.5e^{-\frac{x^2}{8}}$	$\sqrt{2\pi}(e^{-\frac{\omega^2}{2}} - e^{-2\omega^2})$
LP(Littlewood&Paley)	$(\pi t)^{-1}(\sin(2\pi t) - \sin(\pi t))$	$\begin{cases} 2\pi^{-\frac{1}{2}} & \pi \leq t \leq \pi \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$
Morlet	$e^{i\omega_0 x} e^{-\frac{x^2}{2}}$	$\sigma(\omega)\sqrt{2\pi}e^{-\frac{\omega^2}{2}}$
Paul	$(n+1)\frac{i^n}{(i-n)^{n+1}}$	$\sigma(\omega)\sqrt{2\pi}\omega^n e^{-\omega}$
HAAR	$\begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \leq t \leq 1 \\ 0 & t < 0, t > 1 \end{cases}$	$ie^{\frac{i\omega}{2}} \frac{\sin^2 \omega/4}{\omega/4}$
FHAT	$\begin{cases} -1 & t \leq \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{3} \leq t \leq 1 \\ 0 & t > 1 \end{cases}$	$\frac{4/3 \sin^3 \omega/3}{\omega/3}$

Таблица 2.1: Часто используемые вейвлет-функции

Рассмотрим метод построения вейвлета ψ на основе масштабирующей функции ϕ . Для этого нам потребуется понятие о кратномасштабном

анализе (КМА). Любой вейвлет порождает разложение $L^2(R)$ в прямую сумму подпространств. Для каждого $j \in Z$ обозначим через W_j замыкание линейной оболочки, порожденной вейвлет-функциями одного масштаба

$$W_j = \text{clos}_{L^2(R)}(\psi_{j,k} : k \in Z),$$

здесь использовано обозначение

$$\psi_{j,k} = \psi\left(\frac{x-j}{k}\right), \quad j, k \in Z.$$

Тогда $L^2(R) = \sum_{j \in Z} W_j$. Эта сумма ортогональна для ортогонального вейвлета. Рассмотрим замкнутые подпространства, включающие оболочки всех масштабов меньше заданного

$$V_j = \dots + W_{j-2} + W_{j-1}, \quad j \in Z.$$

Они обладают следующими свойствами:

$$(1) \quad \dots \subset V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset V_{-2} \subset \dots,$$

$$(2) \quad \bigcap_{j \in Z} V_j = \{0\} \quad \text{clos}_{L^2(R)}\left(\bigcup_{j \in Z} V_j\right) = L^2(R),$$

$$(3) \quad f \in V_j \leftrightarrow f(2^j \cdot) \in V_0,$$

$$(4) \quad f \in V_0 \leftrightarrow f(\cdot - n) \in V_0,$$

Свойство (3) говорит о том, что все пространства являются масштабированными версиями одного и того же. Любая f может быть сколь угодно точно приближена своими проекциями $\text{Proj}_{V_j} f$ на V_j . При $j \rightarrow -\infty$ проекция $\text{Proj}_{V_j} f$ содержит все меньше колебаний, которые срезаются в порядке увеличения частот и откладываются в пространствах W_j . Если существует $\phi \in V_0$ такая, что семейство $\phi_{0,n}(x) = \phi(x - n)$ образует ортонормированный базис в V_0 , то ϕ называется масштабирующей функцией и по ней можно построить вейвлет по формуле

$$\psi(x) = \sum_n (-1)^n \alpha_{-n+1} \phi(2x - n),$$

где $\alpha_n = \sqrt{2} < \phi, \phi_{-1,n} >$.

Понятие о КМА особо важно в случае дискретного вейвлет-преобразования, когда оба параметра, сжатия и сдвига, принимают только дискретные значения. В этом случае, в общем, не существует формулы обращения аналогичной (2.12). Восстановление делается с использованием двойственных фреймов. Сложность связана с тем, что неортогональность базиса вейвлетов в частотной или временной областях приводит к избыточности, которую при восстановлении необходимо устранить. Не вдаваясь в подробности, отметим, что дискретные алгоритмы быстрого вейвлет-разложения основываются на использовании каскадных зеркальных фильтров. При этом исходный сигнал представляется коэффициентами приближения первого уровня A_1 и детализации первого уровня R_1 , приближение первого уровня можно разделить на приближение второго уровня A_2 и детали R_2 и т.д. Восстановление разложенного на K уровней сигнала осуществляется в обратном порядке, начиная с A_K и R_K с использованием K детализирующих составляющих. В случае двумерного сигнала, например поля над плоскостью, выполняются разложения вдоль, поперек и по диагонали поля.

Отображение $f(x) \rightarrow (T^{ww}f)(a, b)$ ставит в соответствие функции одной переменной функцию двух переменных, значения которой сильно коррелированы. Оно представляет собой частотно-временное представление сигнала, полученное с помощью масштабирования и сдвигов базовой вейвлет-функции, которая меняет свою ширину, адаптируясь к разным частотам. Высокие частоты рассматриваются с малыми масштабами, низкие - с большими. Это оправдывает название “математический микроскоп”, даруемое вейвлетам в некоторых случаях. Вейвлеты тесно связаны с понятиями квантовой механики. Их можно интерпретировать как кванты или частотно-временные блоки, на которые разделяется сигнал. Как показано в [23], устройство человеческого уха таково, что звуковой сигнал, поступающий в него, разделяется на составляющие по принципу, сходному с вейвлет-разложением, затем обработку выполняет мозг.

Вейвлет-анализ широко применяется в наше время для анализа сигналов, обработки информации, сжатия изображений. Хорошо известен формат MPEG4, созданный на базе вейвлет-преобразования. Разложение сигнала по базисным функциям-всплескам позволяет исследовать частотно-временное поведение сигнала, локализовать особенности, разрывы, выделять сигнал из шумов, эффективно представлять сигнал набором коэффициентов разложения. Появившийся в 80-х годах XX века вейвлет-анализ быстро нашел применение в области Computer Science и был адаптирован к дискретным вычислениям.

2.2.3 Сингулярный спектральный анализ (ССА)

Одним из подходов к исследованию состава сигнала является сингулярный спектральный анализ или, как его иногда называют, метод “гусеницы-ССА”. Рассмотрим его подробнее, опираясь на [25],[76].

Пусть сигнал представлен временным рядом F , содержащим N отсчетов. Алгоритм состоит из следующих четырех шагов:

1) Выбирается число L и формируется траекторная матрица, столбцы которой $\{X_i\}$ представляют собой последовательно выбранные из временного ряда вектора размерности L

$$X = [X_1, X_2, \dots, X_K] = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & \dots & f_K \\ f_1 & f_2 & \dots & f_{K+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_L & f_{L+1} & \dots & f_N \end{pmatrix}$$

В траекторной матрице L строк и $K = N - L + 1$ столбцов, она является генкелевой, так как по боковым диагоналям стоят одни и те же элементы. Операция называется вложением.

2) Выполняется сингулярное разложение траекторной матрицы SVD.

$$X = USV^T,$$

где S – матрица, по главной диагонали которой в порядке убывания расположены собственные числа λ_i , матрица V содержит левые

собственные вектора образующие базис линейного пространства, порожденного строками X , матрица U содержит правые вектора, образующие базис пространства, порожденного столбцами X . Если матрица S содержит d положительных собственных чисел λ_i , то $rank(X) = d$ и каждому собственному числу можно сопоставить тройку (λ_i, U_i, V_i) и компоненту разложения $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$.

3) Сгруппировав некоторым специальным образом тройки, полученные при сингулярном разложении, можно представить исходную матрицу в виде

$$X = X_{I_1} + \dots + X_{I_m},$$

где $X_{I_k} = X_{i_1} + \dots + X_{i_p}$ - группа, содержащая компоненты с индексами $I_k = \{i_1, \dots, i_p\}$. О методах группировки будет сказано позже.

4) Если мы удачно сгруппировали сигнал, каждая компонента X_{I_k} будет представлять собой некоторую аддитивную компоненту F . Матрица X_{I_k} будет близка к Генкелевой. Извлечем компоненту сигнала G_{I_k} , содержащуюся в матрице X_{I_k} усреднением элементов вдоль побочных диагоналей. Переобозначив $X_{I_k} = Y$, $L^* = \min(L, K)$, $K^* = \max(L, K)$ получим отсчеты g_k компоненты I_k по формулам

$$g = \begin{cases} \frac{1}{k+1} \sum_{m=1}^{k+1} y_{m,k-m+2}^* & 0 \leq k < L^* - 1 \\ \frac{1}{L^*} \sum_{m=1}^{L^*} y_{m,k-m+2}^* & L^* - 1 \leq k < K^* \\ \frac{1}{N-K} \sum_{m=k-K^*+2}^{N-K^*+1} y_{m,k-m+2}^* & K^* \leq k < N \end{cases}$$

Операция носит название генкелизации.

Отметим, что составной временной ряд $F = F_1 + F_2$ не всегда удастся разделить на составляющие. Собственные числа могут не разделиться. При наличии большого числа компонент правильная группировка является неформализуемой операцией. Большое значение имеет подходящий выбор L . Выделяют понятия сильной и слабой разделимости. Слабая разделимость имеет место в случае, когда компоненты, составляющие временной ряд ортогональны, т.е., при

вложении в траекторную матрицу, F_1 и F_2 порождают ортогональные друг другу базисы линейных подпространств $\mathbb{L}^{L,1} \perp \mathbb{L}^{L,2}$ и $\mathbb{L}^{K,1} \perp \mathbb{L}^{K,2}$. Если при некотором выборе L множество собственных чисел F_1 и F_2 не пересекается, говорят о сильной разделимости. Имеется серия результатов, касающаяся понятий слабой и сильной разделимости рядов. Укажем здесь лишь на то, что при подходящем выборе числа L возможно разделение гармонических компонент с разными частотами, в том числе, модулированных экспонентами, отделение тренда, фильтрация шума. Можно, в частности, показать, что разделимости можно добиться для двух компонент, носители Фурье-спектров которых не пересекаются.

Введем систему весов, зависящую от L

$$\omega = \begin{cases} i & 1 \leq i \leq L^* \\ L^* & L^* < i \leq K^* \\ N - i & K^* < i < N \end{cases}$$

Данные веса пропорциональны числу вхождений i -го отсчета в траекторную матрицу. Назовем взвешенной ω -корреляцией величину

$$(F_n^1, F_n^2)_\omega = \sum_{i=1}^N \omega_i f_i^1 f_i^2.$$

Нулевая ω -корреляция $(F_n^1, F_n^2)_\omega = 0$ обеспечивает разделимость компонент F_n^1 и F_n^2 .

Можно показать, что если ранг ряда $d = \text{rank}(F)$ конечен, матрица S будет содержать не более d отличных от нуля собственных чисел, при этом временной ряд может быть представлен рекуррентной формулой

$$f_{i+d} = \sum_{k=1}^d a_k f_{i+d-k}.$$

Данный результат используется при прогнозировании временных рядов с использованием ССА[25].

В заключение этого раздела обратимся к понятию спектра оператора, которое также будет полезным в дальнейшем. Пусть A – некоторый

линейный оператор в гильбертовом пространстве H

$$A(\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2) = \lambda_1 A x_1 + \lambda_2 A x_2.$$

Оператор непрерывен, если для любого $\varepsilon > 0$ найдется δ такое, что при $\|u - v\| \leq \delta$ будет выполняться $\|Au - Av\| \leq \varepsilon$. Если для любого $v \in H$, $v \neq 0$ отношение $\|Av\|/\|v\|$ ограничено, оператор ограничен. Любой непрерывный оператор ограничен. Оператор называется изометрическим, если он переводит элементы из H_1 в H_2 , сохраняя скалярное произведение $\langle Au, Av \rangle = \langle u, v \rangle$. Если при этом у каждого элемента $v_2 \in H_2$ существует прообраз $v_1 \in H_1$, такой, что $v_2 = Av_1$, то оператор называется унитарным. Унитарным является любой оператор, отображающий ортонормированный базис одного пространства в ортонормированный базис другого. Сопряженным к ограниченному оператору A из H_1 в H_2 является оператор A^* из H_2 в H_1 такой, что

$$\langle v_1, A^* v_2 \rangle = \langle Av_1, v_2 \rangle$$

для всех $v_1 \in H_1$ и $v_2 \in H_2$. Легко проверить, что

$$\|A^*\| = \|A\|, \quad \|A^* A\| = \|A\|^2.$$

Если A отображает H в себя и $A^* = A$ то оператор носит название самосопряженного. Самосопряженный оператор называется положительным, если $\langle Av, v \rangle \geq 0$. Самосопряженный оператор может быть диагонализирован. Ядерным оператором называется такой оператор, что сумма

$$\sum_n \langle Ae_n, e_n \rangle,$$

называемая следом, конечна для всех ортонормированных базисов. Положительный оператор, след которого конечен хотя бы для одного ортонормированного базиса, является ядерным. Линейные операторы из H в C называются линейными функционалами.

Спектр $\sigma(A)$ оператора из H в себя состоит из всех $\lambda \in C$, таких что $A - \lambda I$, не имеет ограниченного обратного (I обозначает тождественный оператор $Iv = v$). В конечномерном гильбертовом пространстве $\sigma(A)$

состоит из собственных значений A . В бесконечномерном, в спектр входят все собственные значения, образующий точечный спектр, а также λ непрерывного спектра.

2.3 Регрессионное моделирование и нейронные сети

2.3.1 Авторегрессионная модель

Для выявления зависимостей между случайными величинами часто используется регрессионный анализ [27],[77],[78],[31]. Линейные регрессионный анализ служит для нахождения параметров линий и гиперплоскостей, по которым группируются случайные величины. В случае временных рядов, набор из P последовательных отсчетов ряда может быть интерпретирован как случайный вектор. Регрессионная модель, имеет вид

$$x_i = \sum_{k=1}^p \beta_k y_{ki} + n_i,$$

где n_i – случайная величина, β_k – коэффициенты регрессии. Для стационарного эргодического процесса коэффициенты постоянны. Авторегрессионная модель (АР) записывается в виде

$$x_i = - \sum_{k=1}^p \alpha_k x_{i-k} + n_i. \quad (2.13)$$

Задача нахождения параметров при этом сводится к определению такой гиперплоскости, расстояние от которой до следующего отсчета x_i минимально. В АР-модели значение временного ряда в момент t представляется линейной комбинацией предшествующих значений и отсчета шума. В модели скользящего среднего (СС), отсчет представляется в виде комбинации текущего и предшествующих значений случайной величины n_i

$$x_i = \sum_{k=0}^q \beta_k n_{i-k}. \quad (2.14)$$

Объединенная модель записывается в виде

$$x_i = - \sum_{k=1}^p \alpha_k x_{i-k} + \sum_{k=0}^q \beta_k n_{i-k} \quad (2.15)$$

и носит название авторегрессии со скользящим средним (АРСС). Авторегрессионная часть слева может быть задана z-преобразованием

$$A(z) = \sum_{m=1}^p \alpha_m z^{-m},$$

часть, связанная со скользящим средним (СС), – z-преобразованием

$$B(z) = \sum_{m=1}^q \beta_m z^{-m}$$

Для АРСС процесса передаточная функция

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

является рациональной функцией.

Оценивание параметров АР-модели можно проводить по автоковариационной функции (АКФ) $R_{xx}(\tau)$ с использованием уравнений Юла-Уокера

$$R_{xx}(k) = \begin{cases} - \sum_{l=1}^p \alpha_l R_{xx}(k-l) & k > 0 \\ - \sum_{l=1}^p \alpha_l R_{xx}(-l) + \sigma^2 & k = 0 \\ - \sum_{l=1}^p \alpha_l R_{xx}(k+l) & k < 0 \end{cases}$$

здесь σ^2 – дисперсия случайной величины n_i . Оценка параметров АР-модели по АКФ сильно зависит от качества оценки самой АКФ. Рекомендуется использовать несмещенную оценку АКФ, которая для эргодического процесса вычисляется по N отсчетам ряда по формуле

$$R_{xx}(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=0}^{N-m-1} x_{n+m} x_n^* \quad (2.16)$$

Смещенная оценка АКФ вычисляется по формуле

$$R_{xx}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-m-1} x_{n+m} x_n^*. \quad (2.17)$$

Рекурсивный алгоритм Левинсона-Дербина позволяет вычислять параметры последовательно увеличивая порядок модели p . Для первого порядка ($k = 1$)

$$\alpha_{11} = -R_{xx}(1)/R_{xx}(0),$$

$$\sigma_1^2 = (1 - |\alpha_{11}|^2)R_{xx}(0),$$

далее, для $k = 2, 3, \dots, p$

$$\alpha_{kk} = - \left[R_{xx}(k) + \sum_{l=1}^{k-1} \alpha_{k-1,l} R_{xx}(k-l) \right] / \sigma_{k-1}^2,$$

$$\alpha_{ki} = \alpha_{k-1,i} + \alpha_{k,k} \alpha_{k-1,k-i}^*,$$

$$\sigma_k^2 = (1 - |\alpha_{kk}|^2) \sigma_{k-1}^2.$$

Параметры АР-модели могут оцениваться непосредственно по отсчетам временного ряда, исходя из принципа минимизации суммы квадратов отклонений прогнозов вперед и назад.

$$E_p = \sum_{n=p}^{N-1} |e_{pn}|^2 + \sum_{n=p}^{N-1} |b_{pn}|^2.$$

Ошибка прогноза значения x_n вперед определяется выражением

$$e_{pn} = x_n + \sum_{k=1}^p \alpha_{pk} x_{n-k} = \sum_{k=0}^p \alpha_{pk} x_{n-k},$$

где $\alpha_{p0} = 1$. Ошибка прогноза значения x_{n-p} назад определяется выражением

$$b_{pn} = x_{n-p} + \sum_{k=1}^p \alpha_{pk}^* x_{n-p+k} = \sum_{k=0}^p \alpha_{pk}^* x_{n-p+k},$$

где $\alpha_{p0}^* = 1$, звездочкой обозначено комплексное сопряжение. В 1967 г. Бергом предложен алгоритм минимизации E_p по методу наименьших квадратов с ограничением, задаваемым уравнением Левинсона

$$b_{pk} = a_{p-1,k} + a_{pp}a_{p-1,p-k}^*,$$

в предположении о том, что полюса передаточной функции расположены внутри единичного круга, что является необходимым условием устойчивости дискретного АР-фильтра, им была получена формула

$$a_{ii} = \frac{-2 \sum_{k=i}^{N-1} b_{i-1,k-1}^* e_{i-1,k}}{\sum_{k=i}^{N-1} (|b_{i-1,k-1}|^2 + |e_{i-1,k}|^2)}.$$

Диагональные коэффициенты a_{ii} носят название коэффициентов отражения. Для знаменателя Андерсоном получено рекуррентное соотношение

$$\begin{aligned} znam(i) &= \sum_{k=i}^{N-1} (|b_{i-1,k-1}|^2 + |e_{i-1,k}|^2) = \\ &znam(i-1) \cdot (1 - |a_{i-1,i-1}|^2) - |b_{i-1,N-i}|^2 - |e_{i-1,i}|^2. \end{aligned}$$

Теорема декомпозиции Уолда, устанавливающая связь между АР, СС и АРСС процессами, гласит, что любой стационарный АРСС или СС процесс можно представить АР процессом, возможно бесконечного порядка. Наоборот, любой АРСС или АР процесс можно представить СС процессом некоторого, возможно бесконечного порядка. Зачастую АРСС процесс удастся представить АР процессом более высокого порядка, учитывая сравнительную простоту оценивания АР параметров по сравнению с АРСС, этим часто пользуются.

О выборе порядка модели можно сказать следующее: увеличение порядка модели уменьшает дисперсию σ_k^2 , выход дисперсии на стабильный уровень говорит о том, что нужный порядок достигнут. В

общем, не имеет смысла выбирать порядок модели больший $N/2$, где N – число отсчетов ряда.

Приведем еще несколько критериев, которыми можно руководствоваться при выборе порядка модели. Оконечная ошибка предсказания определяется выражением

$$OOP_p = E_p \left(\frac{N + p + 1}{N - p - 1} \right).$$

Информационный критерий Акаике, применяемый в случае, если процесс имеет гауссовы статистики определяется как

$$IKA_p = \ln(E_p) + 2(p + 1)/N. \quad (2.18)$$

Предложенная Парзенем авторегрессионная передаточная функция критерия имеет вид

$$APFK_p = \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^p \frac{1}{\hat{E}_j} \right) - \frac{1}{\hat{E}_p},$$

где $\hat{E}_j = (N/(N - j)) E_j$. Все вышеперечисленные критерии выходят на стабильный уровень при достижении подходящего порядка модели и перестают уменьшаться (увеличиваться). В заключении данного раздела приведем формулу спектральной мощности АР-процесса, которая понадобится нам в разделе (3.3)

$$\rho_{AP}(\omega) = |H(e^{i\omega t})|^2 \rho_n(\omega) = \frac{\sigma^2 \Delta t}{|1 + \sum_{k=1}^p (\alpha_k e^{-i\omega k \Delta t})|},$$

здесь Δt – интервал времени между равноотстоящими отсчетами.

Описанные модели можно усложнять. Если в модель добавить некоторую линейную комбинацию внешнего сигнала u , получим АРСС с внешними компонентами (ARMAX)

$$x(t_i) = - \sum_{k=1}^p \alpha_k x(t_{i-k}) + \sum_{k=0}^q \beta_k n(t_{i-k}) + \sum_{k=0}^q \gamma_k u(t_{i-k}). \quad (2.19)$$

Для описания нестационарных временных рядов можно использовать модели с изменяющимися во времени коэффициентами. К примеру модель АРСС с внешними компонентами и изменяющимися во времени коэффициентами (VARMAX) можно записать в виде

$$x(t_i) = - \sum_{k=1}^p \alpha_k(t_i)x(t_{i-k}) + \sum_{k=0}^q \beta_k(t_i)n(t_{i-k}) + \sum_{k=0}^q \gamma(t_i)_k u(t_{i-k}). \quad (2.20)$$

Все эти модели линейны по параметрам.

Значительно сложнее моделирование нелинейных по параметрам зависимостей. Для этого можно использовать нелинейную регрессионную модель вида

$$x(t_i) = f(x(t_{i-1}), x(t_{i-2}), \dots, x(t_{i-n})) + n(t_i),$$

где f – нелинейная функция аргументов. Так, можно вводить модели НАР, НАРСС, НАРСС с внешними компонентами (NARMAX) и другие [19].

Видоизмененные модели АРСС, в которых белый шум заменен на цветной, также имеют нелинейные свойства. Регрессионные модели тесно связаны с дискретными динамическими системами.

2.3.2 Средняя квадратическая коллокация

Термин коллокация изначально был связан с дифференциальными уравнениями. Затем коллокация использовалась для комбинирования различных видов измерений, с целью получения желаемого сигнала, например аномалии силы тяжести. Среднеквадратическая коллокация, являющаяся линейным регрессионным методом, позволяет обрабатывать наблюдения в тех случаях, когда желаемый сигнал связан с наблюдениями не детерминированно, а стохастически [34]. Такая связь может быть задана ковариационными функциями или матрицами. Линейная несмещенная оценка желаемого сигнала s размерности p с минимальной дисперсией ищется по наблюдениям l размерности N в виде

$$\hat{s} = Hl,$$

где H - некоторая матрица. Если при этом известны ковариационные матрицы $Q_{ss} = E(ss')$, $Q_{ll} = E(ll')$, $Q_{sl} = E(sl')$, поставленная задача находит решение в виде

$$H = Q_{sl}Q_{ll}^{-1},$$

с апостериорной ковариационной матрицей

$$D_{ss} = Q_{ss} - Q_{sl}Q_{ll}^{-1}Q_{ls}.$$

Под желаемым сигналом здесь и в дальнейшем можно понимать сигнал одной из следующих категорий: сглаженный, интерполированный, прогнозный. В случае фильтрации, если наблюдения отягчены шумами r

$$l = t + r,$$

выделение сигнальной части t методом СКК, в предположении некоррелированности сигнала и шума, осуществляется по формуле

$$\hat{t} = Q_{tt}Q_{ll}^{-1}l.$$

Зная ковариационную матрицу шума можно вычислить ковариационную матрицу желаемого сигнала

$$Q_{tt} = Q_{ll} - Q_{rr}.$$

Для некоррелированного белого шума $Q_{rr} = \sigma_n^2 I$, где I - единичная матрица, σ_n^2 - дисперсия шума.

Оценка матрицы Q_{ll} может быть сделана по наблюдениям. Сначала нужно оценить АКФ по формуле (2.16) или (2.17). Затем значения АКФ заносятся в симметрическую ковариационную матрицу Q_{xx} , так что $\{q_{ij}\} = R(|i - j|)$.

Если фильтрация проводится в тех же точках, что и наблюдения, то интерполяция позволяет оценить сигнал и в других, промежуточных точках на интервале наблюдений.

Прогнозирование сигнала f на P точек вперед также может быть выполнено методом СКК при наличии оценок $N + P$ точек ковариационной функции по формуле

$$\hat{f} = Q_{ft}Q_{ll}^{-1}l, \quad (2.21)$$

где Q_{ft} размерности $[P \times N]$ – левая нижняя часть увеличенной ковариационной матрицы сигнала, расположенная под матрицей Q_{tt} размерностью $[N \times N]$. Апостериорная ковариационная матрица дается формулой

$$D_{ff} = Q_{ff} - Q_{ft}Q_{tt}^{-1}Q_{tf}.$$

2.3.3 Нейронные сети (НС)

Для нелинейного моделирования можно использовать нейронные сети. Рассмотрим некоторые теоретические основы, так чтобы не останавливаться на них при изложении практических результатов использования нейронных сетей.

Искусственные нейронные сети возникли благодаря исследованию мозга. Человеческий мозг содержит 10^{11} нейронов, связь между которыми обеспечивают около 10^{15} синапсов. Устройство мозга, позволяющее быстро решать задачи огромной сложности, таит в себе немало тайн. Но даже первые попытки реализации базовых принципов его функционирования, предпринятые во второй половине XX в. с привлечением скоростных ЭВМ, показали отличные возможности НС при решении задач интерполяции и аппроксимации, распознавания и классификации, прогнозирования, сжатия данных, идентификации систем, управления, ассоциации и др. [26], [20].

В середине XX в. появились первые модели нейрона. Искусственный нейрон – это система, преобразующая входной вектор X в выходной сигнал y по правилу

$$y = f(WX^T + b),$$

где W – вектор весовых коэффициентов, характеризующий степень реакции нейрона на различные компоненты входного сигнала, b – смещение или поляризация, f – функция активации, или передаточная функция нейрона.

Часто используемой моделью нейрона является персептрон. Функция активация такого нейрона – ступенчатая функция Хевисайда

$$f(u) = \begin{cases} 1 & u \geq 0 \\ 0 & u < 0 \end{cases}. \quad (2.22)$$

Другой часто используемой непрерывной функцией активации является сигмоидальная функция. Различают униполярную

$$f(u) = \frac{1}{1 + e^{-\beta u}} \quad (2.23)$$

и биполярную

$$f(u) = \tanh(\beta u) \quad (2.24)$$

сигмоидалные функции. При $\beta \rightarrow \infty$ обе сигмоидальные функции стремятся к функции Хевисайда. Часто используется линейная функция активации $f(u) = u$.

Отдельные нейроны объединяют в нейронные сети. Слоем называется группа нейронов с одинаковыми функциями активации. На вход каждого нейрона слоя поступает один и тот же входной вектор, а на выходе слоя формируется векторный сигнал, содержащий в качестве компонент выходы каждого из нейронов слоя. Размерность такого выходного вектора равна числу нейронов в слое. Многослойная сеть функционирует по следующему принципу: входной вектор поступает на вход каждого из нейронов входного слоя, его выходной вектор становится входом промежуточного слоя. Промежуточных слоев может быть несколько. Пройдя обработку таким каскадом вектор поступает на выходной слой, число нейронов в котором определяет размерность результирующего выходного вектора нейронной сети. Формула преобразования входного вектора X в выходной вектор Y для часто используемой трехслойной архитектуры сети может быть записана в виде.

$$Y = F_3 (W_3 F_2^T (W_2 F_1^T (W_1 X^T + B_1) + B_2) + B_3),$$

где W_i - матрица весов, B_i - вектор смещений, F_i - векторная функция активации i -слоя. Можно показать, что сеть с любым числом линейных

слоев (все функции активации линейны) сводится к однослойной линейной нейронной сети.

Перепишем формулу выходного сигнала i -го нейрона в виде

$$y_i = f(u_i) = f\left(\sum_{j=1}^N w_{ij}x_j + w_{i0}\right) = f\left(\sum_{j=0}^N w_{ij}x_j\right),$$

где N – размерность входного вектора, а дополнительный член $x_0 = 1$ соответствует поляризации. Очевидно, что если f – ступенчатая функция, то нейрон осуществляет классификацию входного вектора $x \in R^N$ по принципу его принадлежности к тому или иному полупространству, на которые гиперплоскость $\sum_{j=0}^N w_{ij}x_j = 0$ разбивает R^N .

Можно вычислять аргумент функции активации как расстояние между вектором весов и входным вектором. Нейрон, функционирующий по правилу

$$y_i = f(u_i) = f(\|X - W_i\|),$$

называется радиальным и может классифицировать входной вектор по принципу принадлежности к сферической окрестности точки в R^N . Для радиальных нейронов в качестве функции активации часто применяют функцию Гаусса

$$y_i = f(u_i) = e^{-\frac{u_i^2}{2\sigma^2}}. \quad (2.25)$$

Или, с учетом масштабирующей матрицы Q , функцию более общего вида

$$y_i = f(u_i) = e^{-u_i^T Q^T Q u_i} = \exp(-\|X - W_i\|^T Q^T Q \|X - W_i\|).$$

Таким образом, нейронная сеть может использоваться для разбиения многомерного пространства гиперплоскостями и сферами на конечное число областей и для классификации векторов в нем. Сеть может использоваться также для аппроксимации любой функции. При этом входной сигнал часто удобно бывает отмасштабировать так, чтобы его значения лежали в диапазоне $[-1, 1]$

Важнейшим этапом при создании нейронной сети является ее обучение, т.е. подбор параметров всех нейронов. Существует два типа обучения сети – с учителем и без. При обучении без учителя параметры подбираются либо на основе корреляции между входными и выходными данными (обучение по Хеббу), либо на основе конкуренции нейронов между собой. При обучении с учителем имеется набор тестовых входных X и ожидаемых выходных сигналов D . С использованием методов оптимизации, путем повторения циклов обучения, параметры нейронов сети подбираются так, чтобы заданные входные сигналы приводили к откликам, как можно более близким к ожидаемым. Начальные значения параметров сети могут подбираться случайно. Их значения уточняются исходя из сравнения полученных выходных сигналов с сигналами сравнения. Приведем некоторые примеры обучения.

Персептронная сеть обучается по тестовым данным по правилу Видроу-Хоффа

$$\begin{aligned} w_{ij}(t+1) &= w_{ij}(t) + \Delta w_{ij}, \\ \Delta w_{ij} &= x_j(d_i - y_i). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Здесь $w_{ij}(t)$ - весовой коэффициент i -нейрона, связанный с j -компонентой входного вектора X на k -итерации обучения. Выходной сигнал нейрона y_i и ожидаемое значение d_i для персептрона принимают только двоичные значения 0 и 1.

Обучение повторяется многократно для минимизации функции погрешности (целевой функции) E , чаще всего имеющей вид

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p \|Y^{(k)} - D^{(k)}\|^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^M (y_i^{(k)} - d_i^{(k)})^2,$$

где p означает количество предъявляемых обучающих выборок, M – число нейронов выходного слоя.

Для сетей, включающих нейроны с непрерывной функцией активации можно использовать градиентные методы оптимизации. Поэтому функцию активации Хевисайда часто аппроксимируют сигмоидальной функцией (2.23) или (2.24) с достаточно большим значением параметра

β . Для подбора параметров w и минимизации целевой функции $E(w)$ используют алгоритм обратного распространения ошибки. Считая функцию $E(w)$ непрерывной легко вычислить поправки к весам выходного слоя сети

$$\begin{aligned} W(t+1) &= W(t) + \Delta W, \\ \Delta W &= \eta P(W), \end{aligned} \quad (2.27)$$

где η - коэффициент обучения, $P(W)$ - направление в многомерном пространстве. К примеру, в классическом методе наискорейшего спуска это направление обратно градиенту целевой функции

$$P(W) = -\nabla E.$$

Для определения поправок к параметрам предыдущего слоя можно воспользоваться такой же формулой, предварительно определив погрешность на выходе этого слоя. Перевести погрешность на предыдущий уровень можно, подав на бывший выход, используемый теперь как вход, отклонение выходного сигнала сети от ожидаемого, и заменив функции активации их производными. Рассмотрим в качестве примера двухслойную сеть в случае одного тестового сигнала, выход которой определяется выражением

$$y_k = f \left(\sum_{i=0}^K w_{ki}^{(2)} \nu_i \right) = f \left(\sum_{i=0}^K w_{ki}^{(2)} f \left(\sum_{j=0}^N w_{ij}^{(1)} x_j \right) \right).$$

Целевая функция записывается в виде

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M (y_k - d_k)^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^M \left(f \left(\sum_{i=0}^K w_{ki}^{(2)} \nu_i \right) - d_i \right)^2$$

градиент содержит компоненты

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ki}^{(2)}} = (y_k - d_k) \frac{df(u_k^{(2)})}{du_k^{(2)}} \nu_i = \delta_k^{(2)} \nu_i,$$

где $u_k^{(2)} = \sum_{j=0}^K w_{kj}^{(2)} \nu_j$ определяет поправки к параметрам $w_{ki}^{(2)}$ выходного слоя. Поправки к параметрам $w_{ij}^{(1)}$ первого слоя определяются с использованием выражения

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}^{(1)}} = \sum_{k=1}^M (y_k - d_k) \frac{df(u_k^{(2)})}{du_k^{(2)}} w_{ki}^{(2)} \frac{df(u_i^{(1)})}{du_i^{(1)}} x_j = \delta_i^{(1)} x_j,$$

где $u_i^{(1)} = \sum_{j=0}^N w_{ij}^{(1)} x_j$.

Таким образом, для использования алгоритма обратного распространения ошибки важным оказывается вычисление градиента на каждом уровне. Для этого оказывается удобным использовать сопряженные графы сети, направления дуг в которых изменены на обратные к исходным направлениям сети, и им сопоставлены коэффициенты – производные функций активации по входным сигналам. Теория графов дает простые формулы для вычисления градиентов. Неоднократное определение поправок к параметрам сети приводит к уменьшению отклонения выходных сигналов от тестовых. Обычно обучение прекращается при достижении некоторого заданного уровня погрешности. Однако, оно может занять длительное время, и могут возникать сложности с отысканием глобального минимума целевой функции при наличии большого числа локальных минимумов. Для ускорения обучения и предотвращения застревания в локальных минимумах используются специальные алгоритмы, например популяционные алгоритмы оптимизации [20].

Можно разложить целевую функцию в ряд

$$E(w + p) = E(w) + g^t(w)p + \frac{1}{2}p^t H(w)p + \dots,$$

где $g(w) = \nabla E$ – вектор градиента, а $H(w)$ – матрица Гессе производных второго порядка.

В алгоритме наискорейшего спуска с моментом поправки к параметрам определяются модифицированной формулой

$$\Delta W_k = \eta_k P_k + \alpha(W_k - W_{k-1}),$$

где k – номер итерации, а коэффициент момента α подбирается в интервале $[0, 1]$ так, чтобы в случае попадания в локальный минимум, когда $P \approx 0$, удалось из него выбраться, при этом процесс обучения не должен оказаться расходящимся.

Алгоритм переменной метрики основан на разложении целевой функции до членов второго порядка. Приравнивание нулю производной дает выражение

$$p = -H^{-1}g,$$

лежащее в основе ньютоновского алгоритма оптимизации. Применение этого алгоритма требует положительной определенности гессиана на каждом шаге. В алгоритме вместо гессиана используется его приближение G . Обозначив прирост градиента на k шаге $r_k = g_k - g_{k-1}$, и $V_k = G_k^{-1}$ можно записать удобные итерационные формулы

$$V_k = V_{k-1} + \left[1 + \frac{r_k^T V_{k-1} r_k}{s_k^T r_k} \right] \frac{s_k s_k^T}{s_k^T r_k} - \frac{s_k r_k^T V_{k-1} r_k s_k^T}{s_k^T r_k},$$

либо

$$V_k = V_{k-1} + \frac{s_k s_k^T}{s_k^T r_k} - \frac{V_{k-1} r_k r_k^T V_{k-1}}{r_k^T V_{k-1} r_k}.$$

При начальном значении $V_0 = 1$ можно обеспечить положительную определенность аппроксимационной матрицы гессиана и быструю сходимость алгоритма.

В алгоритме Левенберга-Марквардта гессиан аппроксимируется, с использованием содержащейся в градиенте информации, с учетом регуляризационного фактора. Обозначив $e_i = y_i - d_i$ и

$$e = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \dots \\ e_M \end{pmatrix}, J = \begin{pmatrix} \frac{\partial e_1}{\partial w_1} & \frac{\partial e_1}{\partial w_2} & \dots & \frac{\partial e_1}{\partial w_n} \\ \frac{\partial e_2}{\partial w_1} & \frac{\partial e_2}{\partial w_2} & \dots & \frac{\partial e_2}{\partial w_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial e_M}{\partial w_1} & \frac{\partial e_M}{\partial w_2} & \dots & \frac{\partial e_M}{\partial w_n} \end{pmatrix}, \quad (2.28)$$

получим выражения для градиента и аппроксимирующей гессиан

матрицы

$$\begin{aligned} g &= J^T e, \\ G &= J^T J + R, \end{aligned} \tag{2.29}$$

где R - компоненты гессиана более высокого порядка, которые заменяются регуляризационным фактором $R = \nu \cdot \mathbf{1}$ - параметром Левенберга-Марквардта ν , домноженном на матрицу из единиц. Этому параметру в начале алгоритма придается значение, много большее собственного значения матрицы $J^T J$, минимизация выполняется в направлении $-g/\nu$. Затем его значение уменьшается и все более существенную роль начинает играть первое слагаемое в формуле для G , на определенном этапе алгоритм превращается в алгоритм Гаусса-Ньютона с квадратичной сходимостью к оптимальному решению.

Подбор коэффициента обучения играет важную роль в алгоритмах обратного распространения ошибки. Слишком малое значение приводит к длительному обучению, большое - к “перепрыгиванию” минимума и необходимости возврата. Возможно адаптивное изменение коэффициента в процессе обучения. К примеру, если погрешность $\varepsilon_i = \sqrt{E_i}$ на i шаге обучения окажется большей, чем $k_w \varepsilon_{i-1}$, где k_w - коэффициент допустимого прироста погрешности, можно воспользоваться выражением

$$\eta_{i+1} = \eta_i p_d,$$

где p_d - коэффициент уменьшения η . Если же погрешность не превысит $k_w \varepsilon_{i-1}$, можно использовать выражение

$$\eta_{i+1} = \eta_i p_i,$$

где p_d - коэффициент увеличения η . Можно использовать для каждого слоя сети значение

$$\eta \leq \min \left(\frac{1}{n_i} \right),$$

где n_i - количество входов i нейрона в слое. Однозначного подхода здесь не существует.

Большое влияние на качество решения задачи оказывает число слоев нейронной сети и число нейронов в них. Однозначного правила подбора здесь также не существует. Однако, следует учитывать то, что недостаточное количество нейронов сети не позволит достичь достаточной степени обобщения для сложного сигнала. Слишком большое число нейронов, наоборот, приведет к адаптации к шумам. Погрешность обучения сети на тестовых данных определяет погрешность обобщения на рабочих данных. Кроме этого, считается, что погрешность обобщения зависит от отношения количества обучающих выборок p к значению некоторого параметра η , отражающего меру сложности сети, и тесно связанного с числом связей в ней. Предложено определять верхнюю и нижнюю часть этой меры по формуле

$$2 \left\lceil \frac{K}{2} \right\rceil N \leq \eta \leq 2N_w(1 + \lg N_n),$$

где квадратными скобками обозначена целая часть числа, N – размерность входного вектора, K – число нейронов скрытого слоя, N_n – общее число нейронов сети, N_w – число весов сети. Видно, что нижнее значение приблизительно равно количеству весов, связывающих входной и скрытый слой, а верхняя граница превышает удвоенное количество весов в сети. В качестве меры сложности можно использовать число весов сети, хорошее качество обобщения достигается, когда количество обучающих выборок в несколько раз превышает эту величину. Нейронные сети часто имеют три слоя, при этом применение теоремы Колмогорова о непрерывной функции, трансформирующей N -мерное множество входных данных в M -мерный выходной вектор, дает для скрытого слоя оптимальное число нейронов $(2N + 1)$, где N – число нейронов входного слоя. Для подбора архитектуры сети могут использоваться специальные методы наращивания, или редукции сети. Кроме этого, следует учитывать тот факт, что длительное обучение, хотя и приводит чаще всего к непрерывному уменьшению целевой функции, может вести к ухудшению обобщающих свойств сети, ее адаптации к шумам.

Таким образом, многое при создании нейронной сети не поддается

формализации. Однако, продуманный подход к созданию и обучению сети чаще всего оправдывается отличными результатами. Рассмотрим еще несколько примеров.

Сигмоидальные сети состоят из нейронов с соответствующими функциями активации (2.23) или (2.24).

Радиальные нейронные сети состоят из одного слоя радиальных нейронов и линейного выходного слоя. Процесс их обучения заключается в подборе центров радиальных нейронов и весов выходного слоя. Первая задача часто решается с использованием алгоритмов кластеризации с уточнением положения центров по входным данным. После чего вторая задача может быть решена с использованием псевдообращения матриц Пенроуза. Обучение радиальных сетей обычно менее трудоемко, чем сигмоидальных сетей. Алгоритмы обратного распространения ошибки также находят здесь применение, однако вероятность попадания в локальные минимумы значительно выше, чем для сигмоидальных сетей.

Сеть Вольтерри преобразует входной сигнал по формуле

$$y_n = \sum_{i=0}^L x_{n-i} \left[w_i + \sum_{j=0}^L x_{n-j} \left[w_{ij} + \sum_{k=0}^L x_{n-k} (w_{ijk} + \dots) \right] \right],$$

где каждая сумма соответствует фильтрации входного сигнала x из L компонент линейным фильтром первого порядка с импульсной характеристикой, которую задает фильтр следующего уровня и т.д. Формула может быть переписана в виде разложения Вольтерри

$$\begin{aligned} y_n = & \sum_{i=1}^L w_i x_{n-i} + \sum_{i=1}^L \sum_{j=0}^L w_{ij} x_{n-i} x_{n-j} + \sum_{i=1}^L \sum_{j=0}^L \sum_{k=0}^L w_{ijk} x_{n-i} x_{n-j} x_{n-k} + \dots \\ & + \sum_{i_1=1}^L \dots \sum_{i_k=1}^L w_{i_1 i_2 \dots i_k} x_{n-i_1} \dots x_{n-i_k}. \end{aligned}$$

Подобная сеть может быть использована для идентификации любого нелинейного объекта, фильтрации шумов, прогнозирования сигнала и др.

Работа рекуррентных сетей основана на подаче выходного сигнала сети с задержкой на вход. Хотя, по всей видимости, такого рода

сети не встречаются в природе, их использование после обучения по специальным алгоритмам оказывается полезным. В частности, с их помощью можно определить матрицы дискретизованной динамической системы по наблюдениям сформированного ею сигнала в реальном времени.

По всей видимости, в естественных нейронных сетях связи между нейронами усиливаются при их одновременной активизации. Это нашло отражение в модели Хебба, который предложил правило обучения, в котором веса нейрона изменяются пропорционально входному и выходному сигналу

$$\Delta w_{ij} = \eta y_i y_j.$$

Иначе можно записать

$$\Delta W = \eta y X = \eta X^T W X = C W,$$

где C - корреляционная матрица входного сигнала. Для стабилизации обучения нужно использовать коэффициент забывания γ и нормировать весовой вектор на каждом шаге, так чтобы $\|w\| = 1$ и

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t)(1 - \gamma) + \Delta w_{ij}$$

Хеббовские, или корреляционные сети находят широкое применение при решении задач анализа главных компонент сигнала и разделения сигнала на независимые компоненты.

Обучение без учителя применяется для сетей с самоорганизацией на основе конкуренции. Такие сети состоят из большого числа обрабатывающих входной сигнал нейронов со случайными начальными параметрами W_i . Нейрон, для которого расстояние $\|X - W_i\|$ в смысле выбранной метрики оказывается минимальным, становится победителем. Он подвергается обучению вместе с нейронами из некоторой его окрестности. В алгоритме Кохонена обучение i нейрона проводится по правилу

$$W_i(k+1) = W_i(k) + \eta_i(k) G(i, X) [X - W_i(k)],$$

где $G(i, X)$ - мера соседства, например Гауссовская

$$G(i, X) = e^{-\frac{d_i^2}{2\lambda^2}},$$

здесь λ - уровень соседства, а d - расстояние от нейрона-победителя, которое может выбираться по карте сети. В алгоритме нейронного газа более эффективным, чем алгоритм Коханена, соседство Больцмановское

$$G(i, X) = e^{-\frac{d_i}{\lambda}},$$

а d_i зависит от величины расстояния $\|X - W_i\|$. Сети с самоорганизацией применяются для кодирования изображений. Еще более удобными оказываются самоорганизующиеся нейронные сети, построенные на базе теории нечетких множеств, которые могут с произвольной точностью аппроксимировать любую нелинейную функцию многих переменных, решать задачи классификации и сжатия данных [26].

2.4 Динамическое моделирование

2.4.1 Дифференциальные уравнения и динамические системы

Приведем некоторые основные сведения из теории дифференциальных уравнений и динамических систем, поведение которых описывается этими уравнениями [80],[21],[33]. Начнем рассмотрение с простейшего линейного дифференциального уравнения первого порядка, имеющего вид

$$\frac{dx}{dt} + p(t)x = f(t). \quad (2.30)$$

Будем считать $p(x)$ и $f(t)$ непрерывными функциям t в той области, в которой требуется проинтегрировать указанное уравнение. Если $f(t) \equiv 0$, уравнение (2.30) называется линейным однородным. Линейное уравнение имеет решение

$$x = ce^{-\int p(t)dt}, \quad c \neq 0.$$

Решение неоднородного уравнения можно получить методом вариации постоянной. Оно будет складываться из некоторого частного решения

неоднородного уравнения и общего решения однородного, домноженного на константу c_1

$$x = e^{-\int p(t)dt} \int f(t)e^{\int p(t)dt} dt + c_1 e^{-\int p(t)dt}.$$

Таким образом, общее решение, описывающее траекторию $x(t)$ динамической системы первого порядка в одномерном фазовом пространстве, на вход которой поступает воздействие $f(t)$, запишется в виде

$$x(t) = x_0(t) + \int_0^t h(\xi)(t - \xi)d\xi.$$

Для асимптотически устойчивой динамической системы влияние начальных условий с течением времени будет уменьшаться

$$\lim_{t \rightarrow 0} x_0(t) = 0,$$

и установившаяся траектория будет описываться частным решением или интегралом-сверткой

$$x(t) = \int_{-\infty}^t h(\xi)f(t - \xi)d\xi,$$

где $h(\xi)$ - импульсная характеристика или весовая функция. Нижний предел интегрирования взят равным нулю, потому что для физически реализуемых или каузальных систем $h(\xi)$ отлична от нуля лишь для положительного значения аргумента, т.е. на траекторию объекта не оказывают влияние значения $f(t)$ в будущем

$$h(\xi) = \begin{cases} 0 & \xi < 0, \xi > t \\ h(\xi) & 0 \leq t < \xi \end{cases}.$$

Линейное дифференциальное уравнение n -го порядка записывается в виде

$$a_0(t)x^{(n)} + a_1(t)x^{(n-1)} + \dots + a_{(n-1)}(t)\dot{x} + a_n(t)x = u(t), \quad (2.31)$$

Если считать $\dot{x} = x_1, \ddot{x} = x_2, \dots, x^{(n-1)} = x_{n-1}$ неизвестными функциями, (2.31) сводится к системе n уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \dot{x} = x_1 \\ \dot{x}_1 = x_2 \\ \dots \\ \dot{x}_{n-1} = f(t, x, x_1, \dots, x_{n-1}) \end{cases}$$

Перепишем (2.31) в виде

$$x^{(n)} + p_1(t)x^{(n-1)} + \dots + p_{n-1}(t)\dot{x} + p_n(t)x = f(t), \quad (2.32)$$

Если $f(t) \equiv 0$, уравнение будет однородным. Линейным дифференциальным оператором назовем

$$L[x] = x^{(n)} + p_1(t)x^{(n-1)} + \dots + p_{n-1}(t)\dot{x} + p_n(t)x.$$

Он обладает свойством линейности

$$L[\alpha x + \beta y] \equiv \alpha L[x] + \beta L[y],$$

где α и β – константы.

Решением однородного уравнения

$$L[x] = 0$$

с непрерывными на $[a, b]$ коэффициентами $p_i(t)$ будет линейная комбинация $x = \sum_{i=1}^n c_i x_i$ из n линейно независимых на этом отрезке решений x_i с произвольными постоянными коэффициентами.

Если все коэффициенты $p_i(t), i = 1, 2, \dots, n$ постоянны, частные решения однородного уравнения могут быть найдены в виде $x = e^{kt}$, где k – постоянная. Подстановка дает характеристическое уравнение

$$a_0(t)k^{(n)} + a_1(t)k^{(n-1)} + \dots + a_{n-1}(t)k + a_n(t) = 0,$$

из которого, при условии что все корни $p_i(t), i = 1, 2, \dots, n$ различны, находятся n линейно независимых решений. Тогда общее решение имеет вид

$$x = c_1 e^{k_1 t} + c_2 e^{k_2 t} + \dots + c_n e^{k_n t}.$$

Если же корень k_i будет иметь кратность α_i , ему будет соответствовать комбинация решений

$$\sum_{j=0}^{\alpha_i-1} c_{ji} e^{k_i t} = (c_{0i} + c_{1i}t + c_{2i}t^2 + \dots + c_{\alpha_i-1}t^{\alpha_i-1})e^{k_i t}.$$

Решением неоднородного уравнения

$$L[y] = f(t)$$

будет сумма его некоторого частного решения \tilde{x} и общего решения однородного уравнения

$$x = \tilde{x} + \sum_{i=1}^n c_i x_i.$$

Решение \tilde{x} можно подобрать, воспользоваться методом вариации постоянной или методом Коши. Последний заключается в том, что если известно зависящее от одного параметра решение однородного уравнения $K(t, s)$, удовлетворяющее условиям

$$K(s, s) = \dot{K}(s, s) = \dots = K^{(n-2)}(s, s) = 0, \quad K^{(n-1)}(s, s) = 1,$$

то в этом случае частным решением неоднородного уравнения будет

$$\tilde{x} = x(t) = \int_{t_0}^t K(t, s) f(s) ds,$$

удовлетворяющее начальным условиям

$$x(t_0) = \dot{x}(t_0) = \dots = x^{(n-1)}(t_0) = 0.$$

Физическая интерпретация функции $K(t, s)$ может быть такова: пусть до момента времени s динамическая система находилась в состоянии покоя, а ее смещение оказалось вызвано силой $f_\varepsilon(t)$ отличной от нуля лишь в промежутке $s < t < s + \varepsilon$, причем импульс этой силы равен 1

$$\int_s^{s+\varepsilon} f_\varepsilon(\tau) d\tau = 1.$$

Тогда, при $\varepsilon \rightarrow 0$, в предположении, что $f_\varepsilon(t)$ – любая знакопостоянная функция, можно показать, что

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} x_\varepsilon(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_s^{s+\varepsilon} K(t, \tau) f_\varepsilon(\tau) d\tau = K(t, s). \quad (2.33)$$

Такая функция носит название импульсной характеристики. Представив функцию $f(t)$ в виде суммы функций $f_i(t)$, отличных от нуля лишь на малых промежутках Δt_i , можно рассматривать влияние непрерывно действующей силы, как наложение влияний мгновенных импульсов

$$x(t) = \int_{t_0}^t K(t, s) f(s) ds \cong \sum_{i=1}^N K(t, s_i) f(s_i).$$

Поскольку уравнение (2.32) задает линейную динамическую систему порядка n , стационарная траектория каузального, асимптотически устойчивого объекта вновь описывается интегралом-сверткой

$$x(t) = \int_0^t h(\xi) f(t - \xi) d\xi.$$

Важные характеристики динамической системы получаются при поступлении на вход некоторых тестовых функций. Так, если на вход поступает $f(t) = \delta(t)$ – δ -функция Дирака, получаем импульсную характеристику системы, аналогичную (2.33)

$$x(t) = \int_0^t h(\xi) \delta(t - \xi) d\xi = h(t).$$

Поступление на вход функции Хевисайда (2.22) дает характеристику системы

$$x(t) = \int_0^t h(\xi) H(t - \xi) d\xi = Hp(t),$$

называемую переходной функцией. Поступление на вход комплексной экспоненты $f(t) = e^{pt}$ дает на выходе ту же экспоненту, домноженную на передаточную функцию системы

$$x(t) = \int_0^t h(\xi) e^{p(t-\xi)} d\xi = W(p) e^{pt}.$$

При работе с дифференциальными уравнениями бывает удобно использовать операторный подход. Обозначим

$$D^k x = \frac{d^k x}{dt^k},$$

тогда уравнение (2.31) может быть записано в виде

$$\left(a_0(t) D^{(n)} + a_1(t) D^{(n-1)} + \dots + a_{(n-1)}(t) D + a_n(t) \right) x = F(D)x = u(t),$$

в котором выражение

$$F(D) = a_0(t) D^{(n)} + a_1(t) D^{(n-1)} + \dots + a_{(n-1)}(t) D + a_n(t)$$

называется операторным многочленом. Можно заметить, что

$$\begin{aligned} F(D) e^{kt} &= e^{kt} F(d), \\ F(D^2) \sin at &= \sin at F(-a^2), \\ F(D^2) \cos at &= \cos at F(-a^2), \\ F(D^2) e^{kt} v(t) &= e^{kt} F(D + k) v(t). \end{aligned} \tag{2.34}$$

Результатом действия оператора $\frac{1}{F(D)}$ на непрерывную $u(t)$ является решение уравнения

$$x = \frac{1}{F(D)} u(t).$$

Результатом воздействия $F(D)$ на x является

$$F(D)x = F(D) \left[\frac{1}{F(D)} u(t) \right] = u(t).$$

Как отмечалось выше, если на вход динамической системы подается экспонента $u(t) = e^{pt}$, то можно записать

$$x = \frac{1}{F(D)}u(t) = \frac{1}{F(D)}e^{pt} = W(D)e^{pt},$$

где $W(D)$ – передаточная функция системы. Записывая частное решение через свертку получим

$$x(t) = \int_0^t h(\xi)e^{p(t-\xi)}d\xi = e^{pt} \int_0^t h(\xi)e^{-p\xi}d\xi = e^{pt}\mathbf{L}[h(\xi)],$$

где $\mathbf{L}[f]$ – одностороннее преобразование Лапласа. Отсюда можно заключить, что передаточная функция динамической системы

$$W(D) = \frac{1}{F(D)} = \mathbf{L}[h(t)]$$

непосредственно связана через преобразование Лапласа с импульсной характеристикой системы. При выводе этого результата параметр p заменяется на оператор D а также предполагается, что $a_1 = 1$, система асимптотически устойчива и является каузальной. Если система не является каузальной, требуется выполнять двухстороннее преобразование Лапласа

$$\mathbf{L}_b[f] = L[f(t), p] + L[f(-t), -p].$$

Характеристиками динамической системы является также комплексная частотная характеристика $W(i\omega)$, разделяющаяся на амплитудную A и фазовую ψ частотные характеристики

$$A(\omega) = |W(i\omega)|, \quad \psi(\omega) = \arg[W(i\omega)].$$

Если на вход динамической системы поступает гармонический сигнал $u(t) = a \cos(\omega t + \varphi)$, то откликом будет

$$x(t) = aA(\omega) \cos(\omega t + \varphi + \psi(\omega)),$$

откуда видно, что если на вход линейной динамической системы поступает сигнал со спектром $S(\omega)$, спектр выходного сигнала будет иметь вид $W(\omega)S(\omega)$, при этом у каждой составляющей может появиться фазовое искажение и измениться амплитуда.

2.4.2 Динамическая модель вращения Земли

Теория вращения Земли вокруг центра масс строится на основе уравнения (1.2), которое может быть переписано покомпонентно с точностью до составляющих первого порядка в виде уравнений Эйлера-Лиувилля,

$$\begin{aligned} A\Omega\dot{m}_1 + (C - A)\Omega^2 m_2 + \Omega\dot{c}_{13} - \Omega^2 c_{23} + \dot{h}_1 - \Omega h_2 &= L_1, \\ A\Omega\dot{m}_2 - (C - A)\Omega^2 m_1 + \Omega\dot{c}_{23} - \Omega^2 c_{13} + \dot{h}_2 + \Omega h_1 &= L_2, \\ C\Omega\dot{m}_3 + \Omega\dot{c}_{23} + \dot{h}_3 &= L_3, \end{aligned} \quad (2.35)$$

в которых $\Omega = 7.292 \cdot 10^{-5}$ рад/с – скорость вращения Земли, C – осевой, A – экваториальный моменты инерции Земли, малые величины m_i задают поправки к вектору угловой скорости

$$\omega_1 = \Omega m_1, \quad \omega_2 = \Omega m_2, \quad \omega_3 = \Omega(1 + m_3)$$

Компоненты c_i определяют возмущения ΔI тензора инерции

$$I = \begin{pmatrix} I_{11} = \int (y^2 + z^2) \rho dV & I_{12} = - \int xy \rho dV & I_{13} = - \int zx \rho dV \\ I_{21} = I_{12} & I_{22} = \int (z^2 + x^2) \rho dV & I_{23} = - \int yz \rho dV \\ I_{31} = I_{13} & I_{32} = I_{23} & I_{33} = \int (x^2 + y^2) \rho dV \end{pmatrix}$$

Величина относительного момента количества движения определяется как

$$h = \int \rho [\mathbf{r} \times \mathbf{v}] dV$$

В правой части уравнений 2.35 стоят компоненты внешних сил L .

Уравнения Эйлера-Лиувилля могут быть переписаны в виде

$$\begin{aligned} \frac{i\dot{m}}{\sigma_c} + m &= \varphi, \\ \frac{dm_3}{dt} &= \frac{d\varphi_3}{dt}, \end{aligned} \quad (2.36)$$

здесь σ_c – чандлерова частота, $m = m_1 + im_2$, а в правой части стоят возбуждающие функции, $\varphi = \varphi_1 + i\varphi_2$,

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{1}{\Omega^2(C-A)}(\Omega^2 c_{13} + \Omega \frac{dc_{23}}{dt} + \Omega h_1 + \frac{dh_2}{dt} - L_2), \\ \varphi_2 &= \frac{1}{\Omega^2(C-A)}(\Omega^2 c_{23} - \Omega \frac{dc_{13}}{dt} + \Omega h_2 - \frac{dh_1}{dt} + L_1), \\ \varphi_3 &= \frac{1}{\Omega^2 C}(-\Omega^2 c_{33} - \Omega h_3 + \Omega \int_0^t L_3 dt).\end{aligned}\tag{2.37}$$

При входном воздействии с компонентами $\varphi(t)$, $\varphi_z(t)$ решения первого и второго уравнений 2.36 имеют вид

$$\begin{aligned}m(t) &= e^{i\sigma_0 t} \left[m_0 - i\sigma_0 \int_{-\infty}^t \varphi(\tau) e^{-i\sigma_0 \tau} d\tau \right], \\ m_3(t) &= \varphi_3(t) + m_{30},\end{aligned}\tag{2.38}$$

где m_0 и m_{30} – некоторые константы, определяющиеся начальными условиями. Таким образом, скорость вращения Земли связана с компонентой возбуждения $\varphi_3(t)$ очевидным образом, как следует из второго уравнения (2.38). Решение для движения полюса рассмотрим более подробно. Оно может быть переписано в виде

$$m(t) = e^{i\sigma_0 t} m_0 - i\sigma_0 \int_{-\infty}^t \varphi(\tau) e^{i\sigma_0(t-\tau)} d\tau,$$

влияние начальных условий для устойчивой системы со временем сходит на нет, и все определяется частным решением неоднородной системы, имеющим вид интеграла-свертки. Чандлеровская частота часто представляется в виде

$$\sigma_c = 2\pi f_0 \left(1 + \frac{i}{2Q} \right),$$

где f_0 – частота колебаний, Q – добротность. Согласно оценкам, сделанным в [81] $f_0 = 0.843$ цикла в год, $Q = 175$. Одна из основных задач, возникающих при исследовании вращения Земли – оценка возбуждающих функций.

Передаточной функцией для уравнения движения полюсов является

$$W(D) = \frac{\sigma_c}{iD + \sigma_c}, \quad (2.39)$$

импульсной характеристикой

$$h(t) = -i\sigma_c e^{i\sigma_c t}. \quad (2.40)$$

2.4.3 Фильтр Калмана

Калманом и Бьюсси разработаны методы для оценки вектора состояния динамической системы [21], [34]. Фильтр Калмана позволяет рекуррентно, на основе априорных данных о распределении случайных величин, уточнять по наблюдениям состояние многомерной динамической системы. Условиями применимости метода являются наблюдаемость динамической системы, некоррелированность сигнала и шумов, марковость. Метод оценки желаемого сигнала основан на решении уравнения регрессии между случайной погрешностью оценивания желаемого сигнала и невязками наблюдений. Пусть динамическая система задана в матрично-векторном виде

$$\dot{x}(t) = G(t)x(t) + F(t)v(t),$$

где $v(t)$ – входной сигнал, чаще всего шум. Наблюдаемая величина

$$z(t) = C(t)x(t) + r(t)$$

отягчена погрешностями $r(t)$. Положим наблюдения поступают в дискретные моменты времени $j = 1\bar{N}$. Для дискретной системы формирующий фильтр может быть задан в виде

$$x(j+1) = A(j)x(j) + B(j)v(j),$$

для непрерывной он может быть дискретизован

$$x(j+1) = \Phi(t_{j+1}, t_j)x(j) + \int_{t_j}^{t_{j+1}} \Phi(t_{j+1}, \tau)F(\tau)v(\tau)d\tau,$$

здесь $\Phi(t_i, t_j)$ – фундаментальная матрица системы.

Зная ковариационную матрицу шумов $R = \langle rr^T \rangle$ и имея в некоторый момент времени априорные оценки состояния x_j^- и ковариационной матрицы погрешности P_x^- , желаемый сигнал можно оценить по схеме

$$\begin{aligned} x^+(t_j) &= x^-(t_j) + K(t_j)(z(t_j) - C(t_j)x^-(t_j)), \\ K(t_j) &= P_x^-(t_j)C^T(t_j)[C(t_j)P_x^-(t_j)C^T(t_j) + R(t_j)]^{-1}, \\ P^+(t_j) &= P^-(t_j) - K(t_j)C(t_j)P_x^-(t_j), \\ x^-(t_{j+1}) &= \Phi(t_{j+1}, t_j)x^+(t_j). \end{aligned} \tag{2.41}$$

Матрица $K(t_j)$ носит название матрицы усиления.

Запишем динамическую модель вращающейся Земли в матрично-векторном виде в терминах пространства состояний

$$\dot{m} = Gm + F\chi, \tag{2.42}$$

где $m = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix}$, $\chi = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}$, а матрицы легко получить в виде

$$F = \begin{pmatrix} -\beta & -\sigma_0 \\ \sigma_0 & -\beta \end{pmatrix} = -G,$$

где σ_0 и β – действительная и мнимая части чандлеровской частоты

$$\sigma_c = \sigma_0 + i\beta = 2\pi F_c + i\frac{\pi F_c}{Q}.$$

Решение уравнения $|\lambda I - G| = 0$ дает характеристические числа системы (2.42)

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm i\sigma_0.$$

Фундаментальная матрица системы может быть найдена в виде

$$\Phi(t, t_0) = \Theta(t)\Theta^{-1}(t_0),$$

где $\Theta(t) = H\varphi(t)c$. Пусть константа $c=1$, тогда матрица собственных векторов может быть получена в виде

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix},$$

а матрица $\varphi(t)$ имеет вид

$$\varphi(t) = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} \end{pmatrix}.$$

Вычисления дают для фундаментальной матрицы (2.42) выражение

$$\Phi(t, t_0) = e^{-\beta(t-t_0)} \begin{pmatrix} \cos \sigma_0(t-t_0) & -\sin \sigma_0(t-t_0) \\ \sin \sigma_0(t-t_0) & \cos \sigma_0(t-t_0) \end{pmatrix}.$$

Теперь, с использованием формул (2.41), схему Калмановской фильтрации с учетом входного возбуждения можно записать в виде

$$\begin{aligned} m^+(t_j) &= m^-(t_j) + K(t_j)(z(t_j) - C(t_j)m^-(t_j)), \\ K(t_j) &= P_m^-(t_j)C^T(t_j)[C(t_j)P_m^-(t_j)C^T(t_j) + R(t_j)]^{-1}, \\ P^+(t_j) &= P^-(t_j) - K(t_j)C(t_j)P_m^-(t_j), \\ m^-(t_{j+1}) &= \Phi(t_{j+1}, t_j)m^+(t_j) + F \int_{t_j}^{t_{j+1}} \xi(t_{j+1}, \tau)v(\tau)d\tau. \end{aligned} \tag{2.43}$$

При этом для наблюдений использовалась модель

$$z = Cm + r,$$

где C – невырожденная диагональная матрица, r – шум наблюдений с ковариационной матрицей $R(t)$. Очевидно, система наблюдаема т.к. наблюдаются обе составляющие движения полюса.

2.4.4 Регуляризация

При обработке наблюдательных данных нередко возникают задачи, поставленные некорректно. Такие задачи либо неустойчивы относительно ошибок наблюдений, либо имеют неединственное решение, иными словами, они не удовлетворяют условиям корректности по Адамару: 1) решение должно существовать; 2) решение единственно; 3) решение непрерывно зависит от исходных данных.

Долгое время подобные задачи не находили решения. В 40-х годах XX в. для решения таких задач А.Н. Тихоновым был предложен метод регуляризации [82],[83],[84]. Он пригоден для решения задач, для которых известно, что решение принадлежит некоторому замкнутому множеству. Такие задачи могут быть отнесены к классу условно-корректных по Тихонову задач. Пусть преобразование задается линейным оператором A ¹

$$x = Au.$$

Некорректная задача восстановления u может быть решена минимизацией функционала

$$\Phi = \|x - Au\|^2 + \alpha \|u - u_a\|^2, \quad (2.44)$$

здесь u_a - априорные предположения относительно решения, α - параметр регуляризации. Данный функционал отличается от критерия Гаусса-Лагранжа минимизации квадрата невязки наличием члена, характеризующего априорные предположения об искомом решении, умноженного на параметр регуляризации. Априорные предположения о решении могут сводиться к предположениям о классе функций, к которому оно принадлежит. Так, поиск принадлежащего L^2 решения, имеющего минимальную норму, способного привести к наблюдениям x , приводит к члену в правой части (2.44) вида $\alpha \|u\|^2$. Поиск решения, принадлежащего W_1^2 с минимальной нормой приводит к стабилизатору $\alpha (\|u\|^2 + \|\dot{u}\|^2)$. Решение находится путем минимизации (2.44) в процессе итераций с уменьшающимся значением параметра регуляризации, согласованным с обобщенной невязкой.

¹о линейных операторах и классах функций см. разд. 2.2.1, 2.2.3

Для оператора, заданного приближенно матрицей C , и наблюдений l с погрешностями ε и δ соответственно, поиск сопоставимого по точности решения z ведется по итерационной схеме

$$z^\alpha = (C^T C + \alpha)^{-1} C^T l,$$

где z^α – решение, соответствующее значению параметра регуляризации α из уменьшающейся последовательности. Значение α подбирается в соответствии с критерием обобщенной невязки

$$||l - C z^\alpha|| = \delta + \varepsilon ||z^\alpha||.$$

Некорректная операция дифференцирования также может быть регуляризована. Пусть A – интегральный оператор, с ядром K

$$x = Au = \int_a^b K(\xi - s)u(s)ds = K * u.$$

При поиске решения из L^2 критерий минимизации

$$\frac{d\Phi}{du} = 0$$

приводит к операторному выражению

$$u = \frac{A'x}{A'A + \alpha} = W_{reg}x,$$

здесь штрихом обозначено сопряжение, W_{reg} – регуляризирующий оператор. В частотной области решение записывается в виде

$$\hat{u} = \frac{\hat{K}'\hat{x}}{\hat{K}'\hat{K} + \alpha} = F(W_{reg})F(x),$$

где $F(f)$ или \hat{f} – Фурье-преобразование (2.5). При поиске решения из W_1^2 критерий минимизации приобретает вид

$$\frac{d\Phi}{du} = (A'A + \alpha)u - A'x + \alpha\ddot{u} = 0,$$

и в частотной области решение записывается в виде

$$\hat{u} = \frac{\hat{K}'\hat{x}}{\hat{K}'\hat{K} + \alpha(u)(1 + \omega^2)}.$$

Переходя в частотную область и обратно с использованием теоремы о свертке (2.7), получаем

$$u = F^{-1}(F(W_{reg})F(u)) = F^{-1}(F(W_{reg})) * u = K_{reg} * u,$$

откуда видно, что решение может быть получено сверткой наблюдений с регуляризующим ядром, которое для случая поиска решений из L^2 находится по формуле:

$$K_{reg}(\xi) = F^{-1} \left(\frac{\hat{K}'}{\hat{K}'\hat{K} + \alpha} \right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{K}'}{\hat{K}'\hat{K} + \alpha} e^{i\omega\xi} d\omega,$$

а для случая поиска решений из W_1^2 – по формуле:

$$K_{reg}(\xi) = F^{-1}(W_{reg}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{K}'}{\hat{K}'\hat{K} + \alpha(1 + \omega^2)} e^{i\omega\xi} d\omega.$$

Параметр регуляризации вновь итерационно подбирается согласованно с обобщенной невязкой

$$p(\alpha) = \|Au_\alpha - x\| - \delta - \|u_\alpha\|,$$

где δ – погрешность наблюдений, h – погрешность задания оператора.

Глава 3

Результаты исследований

*Люблю волчок – забаву детства.
Его вращения чародейство.
Не сомневаясь ни на йоту,
В движение думал я, живет он.
Все, все очень просто.
Бешено, бешено, бешено кружит волчок.
Это сама природа, наглядный дает урок,
Крутится волчок.*

Рок-группа “Круиз”

3.1 Высокочастотные вариации во вращении Земли по РСДБ и GPS наблюдениям

3.1.1 Наблюдательные данные GPS

Вариации во вращении Земли с периодом сутки и менее связаны, в основном, с обменом моментом импульса между твердой Землей, океаном и атмосферой. Суточные и полусуточные вариации вызваны лунно-солнечными приливами. Использование независимых методов наблюдений, таких как РСДБ и GPS, в отношении высокочастотных ПВЗ дает возможность сравнения и выделения еще не исследованных эффектов во вращении Земли, при условии учета погрешностей

измерения и обработки. Один из семи центров геофизического анализа Международной службы GPS по геодинاميке (IGS) – Европейский центр определения орбит (CODE) в 1996 году начал выполнять оценку параметров вращения Земли с двухчасовым разрешением. Впоследствии были обработаны данные с начала 1995 года, разрешение полученных рядов составило один час. Средняя точность определения координат полюса составила около 50 мкс дуги, величин отклонения UT1-UTC - 6 мкс времени [37] [85].

Был выполнен анализ рядов CODE оценок ПВЗ на интервале с 02.01.1995 по 14.02.1998 г. длительностью 1140 дней. Предметом интереса были высокочастотные составляющие с периодом около суток и менее. Тренд и низкочастотные составляющие были фильтрацией исключены из наблюдений, при этом использовался фильтр Гаусса. Высокочастотные вариации координаты X полюса и UT1-UTC, полученные из данных центра CODE представлены на рисунке 3.1.

Станции сети наблюдений IGS формируют распределенную по Земному шару стабильную систему отсчета, с некоторым преобладанием в Европе и Северной Америке. На рисунке 1.1 представлено состояние сети на 2003 г. Число станций наблюдений менялось от 40 в 1995 до 90 в 1998 г. [37], эти изменения нашли отражение в ошибках наблюдений (рис. 3.1 внизу). Так, на общем фоне снижения ошибок, наблюдаются скачки. Выброс в сентябре 1997 года (MJD 50700), хорошо заметный в ряде UT1-UTC и в ошибках наблюдений, по всей видимости, связан с уменьшением числа станций. Кроме этого, менялось также число спутников, за которыми велись наблюдения, а также модели вычисления спутниковых орбит (на рис. 3.1 модели обозначены латинскими буквами от А до Е). Ряды оценок, таким образом, оказываются неоднородными. Однако объем данных, необходимый для их перевычислений, и трудоемкость этой операции не позволяют центру CODE осуществить ее на данном этапе [37]. Следует упомянуть также о том, что параметры спутниковых орбит испытывают возмущения, обусловленные воздействием давления радиации, особенностей гравитационного поля и других факторов. Неточности моделирования орбит являются основным ограничивающим

фактором качества геофизических данных IGS, однако, при этом, они остаются уникальным.

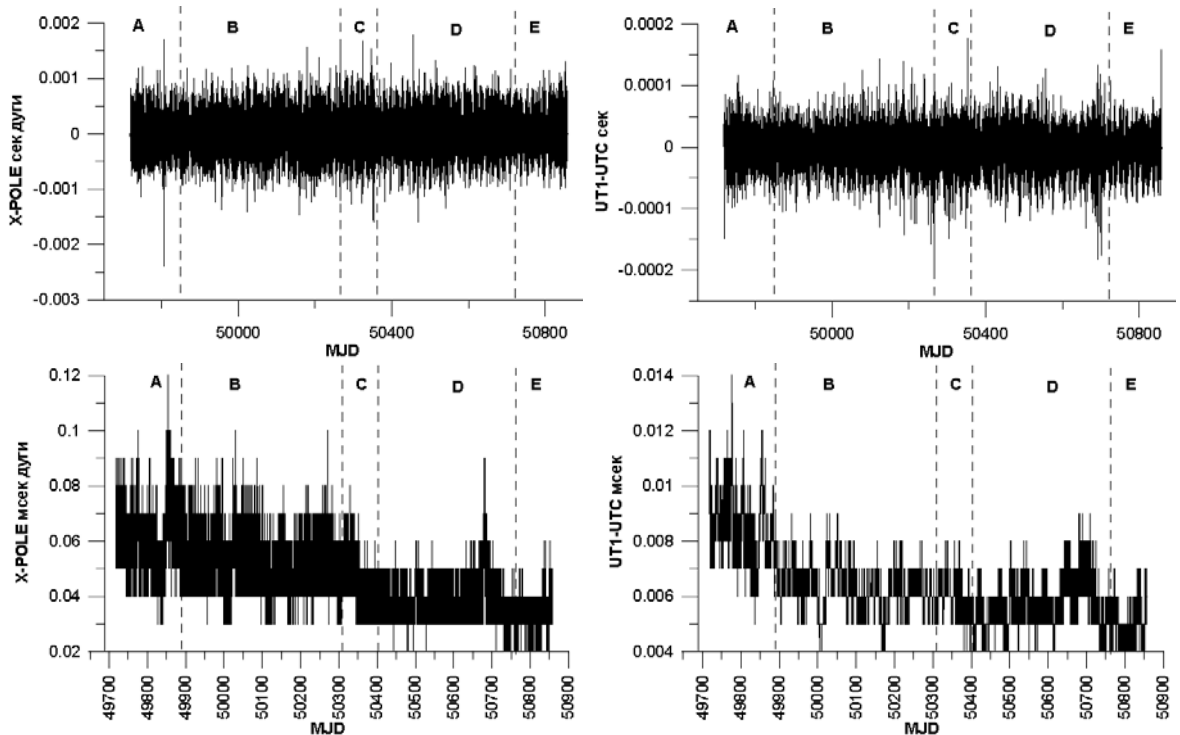


Рис. 3.1: Высоочастотные вариации X-координаты полюса (слева) и UT1-UTC (справа) с характерными распределениями ошибок на интервале наблюдений (внизу) по данным CODE.

Спектры рядов были получены с использованием быстрого преобразования Фурье (БПФ) (рис. 3.2). Как уже упоминалось, основной вклад в высокочастотные вариации обусловлен лунными и солнечными приливами, однако, помимо этого, наблюдаются гармоники с периодами 3,4,5,6,7,8,9,10,11 циклов в сутки, амплитуда которых убывает с увеличением частоты. Природа этого “пилообразного” эффекта малопонятна, вероятно, это следствие неточностей моделирования орбит или математической обработки [86].

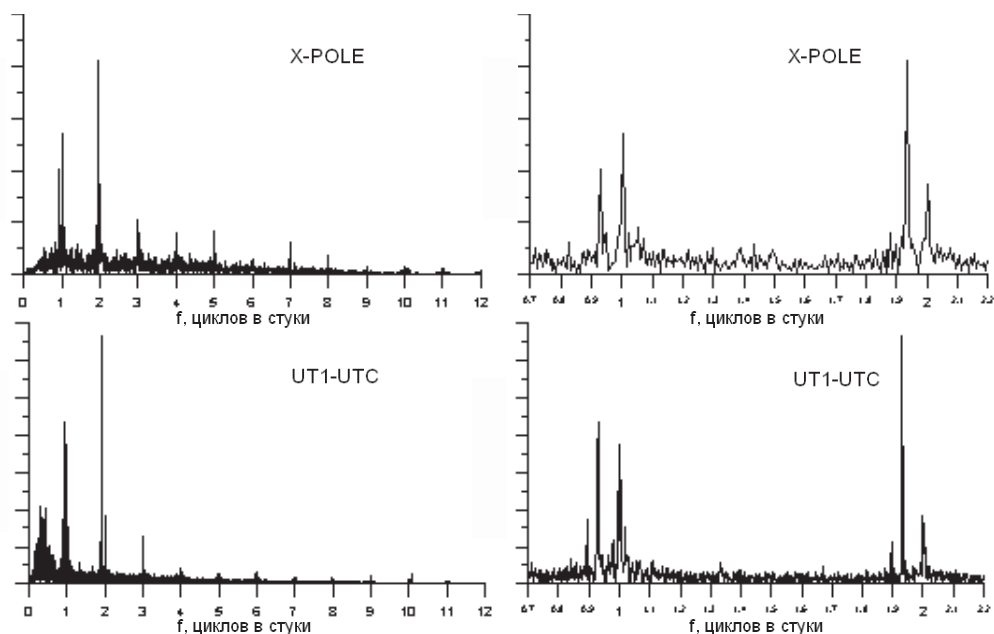


Рис. 3.2: Спектр вариаций X-координаты полюса (вверху) и разности UT1-UTC (внизу).

3.1.2 Модель приливных вариаций Рея

Различными исследователями [87],[88],[89] было показано, что суточные и полусуточные компоненты океанических приливов объясняют высокочастотные вариаций во вращении Земли на 60% для движения полюса и 90% для UT1. Было также показано, что атмосферные приливы вносят вклад в эти вариации, но в меньшей степени [90] [91]. Основные приливные составляющие перечислены в таблице 3.1 (подробнее см. [7], [92]).

Для вычисления суточных и полусуточных вариаций в ориентации оси и скорости вращения Земли МСВЗ рекомендовала модель океанических приливов Р. Рея, содержащую 71 составляющую тригонометрического разложения, для вычислений рекомендовано использовать программу Р. Энса [36], в соответствии с которой и был произведен расчет. На рис. 3.3 представлен спектральный состав модели Рея.

Сравнение модели и наблюдений, обработанных центром CODE, показывает их общую согласованность в пределах 100 мкс времени для

Таблица 3.1: Основные составляющие приливов (S - солнечная гармоника, L - лунная)

Тип приливов	Тип волн	Обозначение	Период
Долгопериодические зональные приливы	L, эллипсоидальная	M_m	27.55 сут
	L, деклинационная	M_f	13,66 сут
Суточные тессеральные приливы	L, главная	O1	25ч 49м
	L-S, деклинационная	K1	23ч 56м
	S, главная	P1	24ч 04м
Полусуточные секториальные приливы	L основная	M2	12ч 25м
	S, основная	S2	12ч 00м
	L, основная эллипсоидальная	N2	12ч 39м

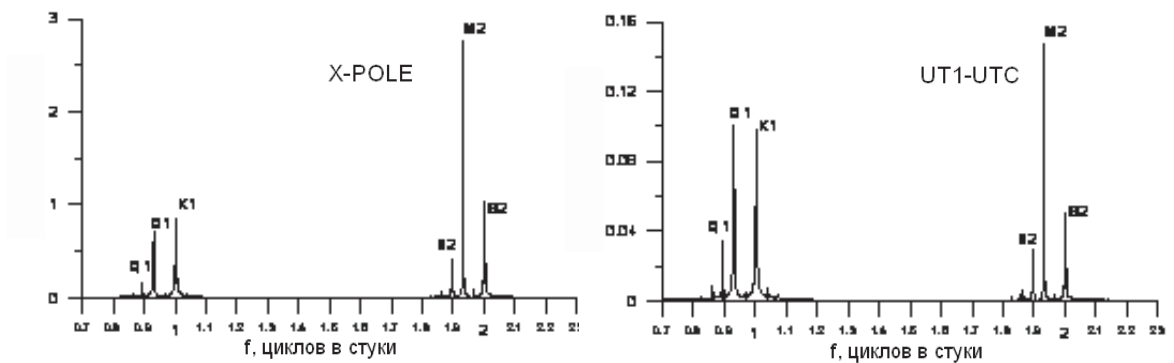


Рис. 3.3: Спектр приливной модели Рея для X-координаты полюса (слева) и разности UT1-UTC (справа).

UT1-UTC, однако, в остаточных разностях имеются отдельные выбросы амплитудой до 150 мкс времени, к примеру, вблизи уже упомянутой даты MJD 50700 в сентябре 1997 г. В спектрах остаточных разностей (рис. 3.4), помимо уже упоминавшихся гармоник с периодом более трех циклов в сутки, наблюдается остаточная мощность гармоник с периодами 12 и 24 часа, которая может быть обусловлена орбитальными резонансами [93]. Резонансы могут проявляться здесь вследствие того, что период обращения спутников GPS составляет 11 ч 58 мин [14].

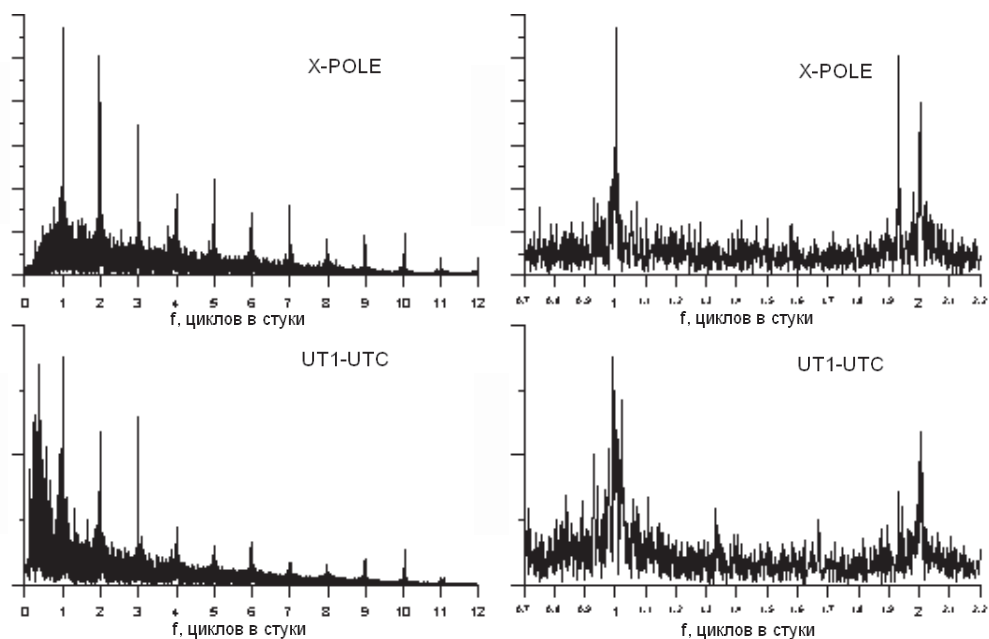


Рис. 3.4: Спектр остаточных разностей X-координаты полюса (вверху) и UT1-UTC (внизу).

3.1.3 Наблюдательные данные РСДБ

Для сравнения со спутниковыми GPS-данными было решено привлечь оценки ПВЗ, полученные из радиоинтерферометрических наблюдений. Как упоминалось в разделе 1.1.3, РСДБ является уникальной методикой, позволяющей отслеживать положение Земли в пространстве благодаря наличию непосредственного доступа к земной и небесной системам отсчета. Точность и временное разрешение оценок ПВЗ, получаемых средствами РСДБ, вероятно, можно считать на сегодня наилучшими, однако РСДБ-наблюдения в геофизических целях осуществляются достаточно редко из-за дороговизны методики и большой занятости телескопов в астрофизических исследованиях. В результате ряд ПВЗ имеет разрывы и является неоднородным. Исключением являются специальные длительные эксперименты CONT94, CONT95, CONT96, CONT02, проведение которых в значительной степени способствует изучению высокочастотных вариаций во вращении Земли [94].

Использовались еженедельные наблюдения сетей NEOS-A, NEOS-

В, SGP. Оценки ПВЗ высокого разрешения были получены методом СКК с помощью пакета OSSAM 5.0 [95], [94]. Для серийной обработки наблюдений использовалась оболочка созданная С.Л. Пасынком в среде C++ Builder 5.0. На рис. 3.5 представлены графики оценок UT1-UTC в сравнении с моделью Рея и РСДБ-наблюдениями. Расхождения экспериментальных и теоретических зависимостей в среднем не превышают 100 мкс времени. В РСДБ-данных не обнаруживаются выбросы, подобные имеющимся в данных CODE. Спектральный анализ

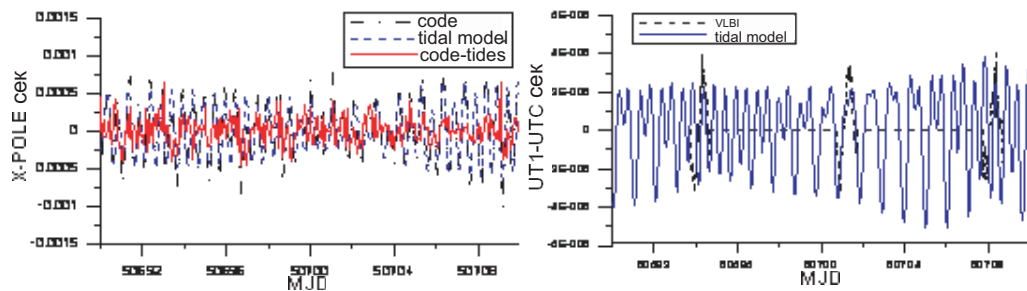


Рис. 3.5: UT1-UTC по GPS наблюдениям в сравнении с моделью приливов Рея (слева) и РСДБ (справа).

рядов наблюдений РСДБ представляется с трудом осуществимым из-за их неоднородности и разрывности. Однако выполнение оконного преобразования Фурье (см. 2.2.2) позволяет прийти к заключению об отсутствии “пилообразного” эффекта, имеющегося в данных CODE (см. приложение А).

3.1.4 Об одном эффекте интерполяции

Вопросом происхождения гармоник в спектре CODE-оценок с периодами 3,4,5,6,7,8,9,10,11 циклов в сутки интересовались многие исследователи [86], [37], [96]. Было сделано заключение, о том, что это – артефакт, происхождение которого может быть связано с методами обработки, применявшимися центром CODE или эффектом утечки. Поскольку одним из основных этапов обработки, была интерполяция орбит, мы предположили, что артефакт мог быть ее следствием. Специально проведенное исследование показало, что интерполяция с

шагом Δt данных, изначально заданных с шагом $\Delta T > \Delta t$, в которых присутствует гармоническая составляющая с периодом T приводит к просачиванию энергии этой гармоники на частотах ν_k , лежащих в интервале между частотами Найквиста (2.8) исходного и проинтерполированного ряда. Частоты ν_k задаются соотношением

$$\frac{1}{\nu_k} = \frac{\Delta T}{k} \left(1 \pm \frac{\Delta T}{T} \right),$$

где k принимает натуральные значения. Этот эффект (см. рис. 3.6) возникает при использовании различных видов интерполяции, несколько уменьшаясь в случае сплайн-интерполяции. Он обратен известному эффекту утечки (см. раздел 2.2.1), который возникает при применении к сигналу, содержащему энергию в спектре на высоких частотах, операции увеличения интервала между отсчетами.

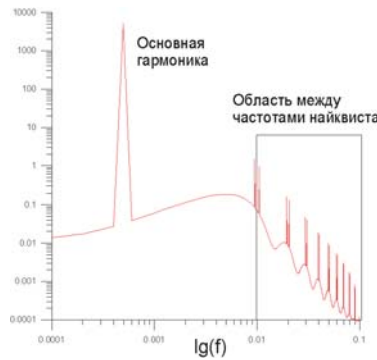


Рис. 3.6: Эффект обратной утечки, возникающий при интерполяции.

3.2 Анализ отклонений теорий нутации ZP2003 и MAC2000 от РСДБ наблюдений

3.2.1 О теориях нутации

Положение оси вращения Земли в инерциальном пространстве меняется под действием приливного потенциала небесных тел. Это явление носит название прецессии и нутации земной оси.

Параметры, определяемые теорией прецессии и нутации, необходимы для преобразования от средней небесной системы координат к истинной на эпоху наблюдений (см. 1.2). Теория МНВ2000 [41] была принята МАС на XXIV ассамблее в качестве новой теории нутации МАС2000 вместо теории нутации МАС1980, и вступила в силу с 1 января 2003 г. [36]. К современным теориям прецессии и нутации предъявляется требование: отклонения теории от наблюдений должны быть на уровне десятых долей миллисекунды дуги. К классу таких теорий относится созданная в России теория ZP2003 [97],[98]. Эта теория отличается от МАС2000 способом учета атмосферы и влияния жидкого ядра Земли. Кроме того, в теории ZP2003 законы сохранения энергии и момента импульса учитываются при определении недостаточно точно известных из наблюдений параметров внутреннего строения Земли.

Положение точки на небесной сфере, через которую проходит истинная ось вращения Земли, может несколько отличаться от предсказанного теорией положения. Отклонения определяются из наблюдений и описываются двумя параметрами: $d\varepsilon$ (поправка к нутации в наклоне) и $d\psi$ (поправка к нутации в долготе). Анализ и моделирование отклонений современных теорий нутации неупругой Земли от наблюдений необходим для дальнейшего улучшения теории нутации и выхода современной астрометрии на микросекундный уровень. Данный раздел посвящен спектральному и структурному анализу этих отклонений для теорий нутации ZP2003 и МАС2000.

Перечислим основные цели, которые преследовались:

1. Определить отклонения наблюдаемых нутационных углов от значений, вычисляемых по теориям ZP2003 и МАС2000.
2. Установить, требует ли уточнения линейная часть уравнений моментов в теориях ZP2003 и МАС2000 в частотной области.
3. Провести вейвлет-анализ отклонений теорий ZP2003 и МАС2000 от наблюдений.
4. Определить эмпирические поправки к нутационным амплитудам,

которые могли бы быть полезны для прогнозирования остаточных отклонения теорий ZP2003 и MAC2000 от наблюдений в будущем.

Для анализа использовались ряды отклонения этих теорий нутации от наблюдений, полученные путем обработки РСДБ наблюдений на промежутке с 1984 по 2003 год с помощью пакета OSSAM 5.0 [99]. Грубые выбросы, превышающие 10 мс дуги и недостаточно точные наблюдения с погрешностями, превышающими 1 мс дуги, отброшены. В результате получены ряды отклонений $d\epsilon$ и $d\psi$, содержащие около 2000 точек. Взвешенные среднеквадратические отклонения теории от наблюдений составили по ним для ZP2003 235 ($d\epsilon$) и 829 ($d\psi$) мкс дуги, для MAC2000 - 199 и 480 мкс дуги соответственно.

3.2.2 Структурные исследования

Современные модели нутации неупругой Земли являются полуаналитическими, т.е. часть параметров этих теорий определяется из наилучшего согласия теории и наблюдений. Поэтому есть основания полагать, что отклонения этих моделей от наблюдений не могут быть уменьшены за счет улучшения линейных частей моделей.

Однако, более детальное рассмотрение показывает, что этот факт нуждается в проверке. Дело в том, что часть параметров моделей варьируются не произвольным образом, а в соответствии с определенными условиями, ограничивающими диапазон их возможных значений.

Для такой проверки необходимо определить поправки к нутационным амплитудам, а затем по ним получить поправки к параметрам резонансной формулы решения нутационных уравнений. Если добавление поправок к параметрам резонансной формулы не улучшит согласие с наблюдениями, то можно заключить, что отклонения модели от наблюдений не могут быть улучшены за счет добавления поправок к параметрам внутреннего строения Земли.

На первом этапе вычислялись поправки к амплитудам основных нутационных гармоник. В комплексном виде модель имеет вид:

$$\eta = - \sum_{j=1}^N [(A_{1j} + A_{3j}T)e^{-\arg_j T} + (A_{2j} + A_{4j}T)e^{\arg_j T}],$$

где каждую j гармонику определяют 4 амплитуды A_{kj} . Поправки к этим амплитудам вычислялись для первых 300 гармоник методом наименьших квадратов по алгоритму SVD [100] (см. также раздел 2.2.3). Рис. 3.7 иллюстрирует, что ряд, вычисленный на основе поправок к амплитудам A_{kj} , хорошо приближает ряд отклонений теорий от наблюдений. Средний уровень поправок составляет десятки микросекунд дуги для A_{1j} и A_{2j} и на порядок меньше для A_{3j} и A_{4j} .

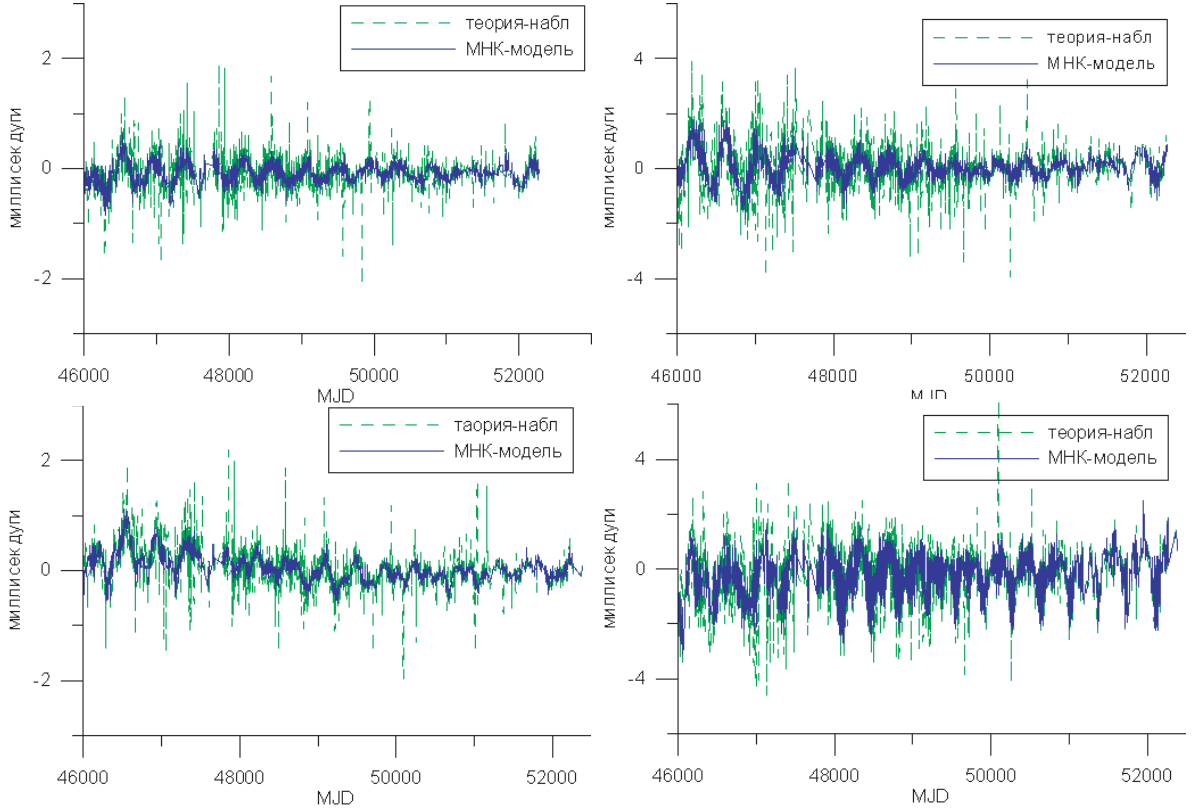


Рис. 3.7: Отклонения $d\epsilon$ (слева) и $d\psi$ (справа) теорий MAC2000 (вверху) и ZP2003 (внизу) и результаты МНК.

На втором этапе вычислялись поправки к параметрам передаточной функции. Каждая из амплитуд теории нутации вычисляется

посредством умножения соответствующей амплитуды теории нутации твердотельной Земли на передаточную функцию и прибавления добавочных членов:

$$\eta(\sigma) = q(\sigma)\eta_R(\sigma) + \sum \delta\eta(\sigma).$$

Для теории ZP2003 передаточная функция имеет вид:

$$q(\sigma) = R_1 + R_2(1 + \sigma) + \sum_{i=1}^6 \frac{R_{i+2}}{\sigma - \sigma_i}, \quad (3.1)$$

где σ - частота гармоники, значения параметров R_i и σ_i приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2: Параметры передаточной функции теории ZP2003

i	R_i		σ_i	
	Real	Imag	Real	Imag
1	1.05142675334988	-3.53932806447103 $\cdot 10^{-6}$	0.00253124376931779	9.96122648808202 $\cdot 10^{-6}$
2	-0.280451410052684	-6.32517757688398 $\cdot 10^{-15}$	-1.0023305400605	-1.97141971460492 $\cdot 10^{-5}$
3	-0.000579966291835117	7.6698132768425 $\cdot 10^{-6}$	0.000329920033796224	-7.30700160251175 $\cdot 10^{-5}$
4	-0.00012076676113611	-9.78449258085784 $\cdot 10^{-7}$	-0.9964961311824	8.53007679536603 $\cdot 10^{-5}$
5	-2.13155865226023 $\cdot 10^{-8}$	1.5217615523954 $\cdot 10^{-8}$	-0.0117549209821753	0.013134656100408
6	6.45018411946077 $\cdot 10^{-7}$	4.14268265555711 $\cdot 10^{-8}$	-0.973722013017465	-0.0131346623086699
7	-5.94852097573844 $\cdot 10^{-8}$	1.53555349866495 $\cdot 10^{-8}$		
8	5.20787299579148 $\cdot 10^{-8}$	-2.80143023629512 $\cdot 10^{-8}$		

Для теории MAC2000 передаточная функция имеет вид:

$$q(\sigma) = \frac{(e_R - \sigma)}{(e_R + 1)} N_0 \left(1 + (1 + \sigma) \sum_{i=1}^4 \frac{N_i}{\sigma - \sigma_i} \right), \quad (3.2)$$

где $e_R=0.003284507$, а значения параметров N_i и σ_i приведены в табл. 3.3.

Передаточная функция (3.2) может быть преобразована к виду (3.1), с четырьмя слагаемыми под знаком суммы по формулам:

$$R_{i+2} = \frac{(e_R - \sigma_i)}{(1 + e_R)} (1 + \sigma_i) N_0 N_i,$$

$$R_1 = N_0 + \sum_i \frac{R_{i+2}}{(1 + \sigma_i)},$$

Таблица 3.3: Параметры передаточной функции теории МАС2000

i	N_i		σ_i	
	Real	Imag	Real	Imag
0	1.0000099	$-3.7652854 \cdot 10^{-9}$		
1	-0.79952969	0.043796154	0.002594	-0.0001438546
2	0.048964919	0.0016332679	-1.00231861	$2.578 \cdot 10^{-5}$
3	0.00029445472	$-8.2328898 \cdot 10^{-5}$	-0.998957	0.000687
4	$-1.5139223 \cdot 10^{-5}$	$-1.1248592 \cdot 10^{-6}$	-0.000413499	$2.8 \cdot 10^{-7}$

$$R_2(1 + e_r) = -R_1 - \sum_i \frac{R_{i+2}}{(e - \sigma_i)},$$

где $e = 0.0032845479$ – динамическое сжатие Земли. Данное преобразование выполнено для того, чтобы дальнейшие вычисления для теорий ZP2003 и МАС2000 стали однотипными. В предположении, что поправки к амплитудам основных гармоник, вычисленные на первом этапе, могут быть обусловлены неточностями параметров передаточной функции R_i и σ_i , предпринята попытка вычисления поправок к этим параметрам и, тем самым, моделирования отклонений теорий нутации от наблюдений. Дифференцирование привело к линейной модели

$$dq(\sigma) = dR_1 + dR_2(1 + \sigma) + \sum_{i=1}^N \frac{dR_{i+2}}{\sigma - \sigma_i} + \sum_{i=1}^N \frac{d\sigma_i R_{i+2}}{(\sigma - \sigma_i)^2}$$

$$d\eta(\sigma) = \eta_R(\sigma) dq(\sigma),$$

где N равно 6 для ZP2003 и 4 для МАС2000. Поправки определялись по алгоритму SVD МНК.

Результаты моделирования показывают, что попытка приблизить поправки амплитуд A_{1j}, A_{2j}, A_{3j} и A_{4j} варьированием параметров передаточной функции не приводит к успеху. Это связано с тем, что амплитуды твердотельной нутации $\eta_R(\sigma)$ круто убывают с ростом номера гармоники, а компенсировать это подбором параметров передаточной функции не удастся.

Этот результат свидетельствует о том, что линейные части уравнений моментов моделей MAC2000 и ZP2003 достаточно точны, и уменьшение отклонений этих теорий от наблюдений возможно только за счет совершенствования моделей нелинейных эффектов.

3.2.3 Спектральные исследования

Ряды отклонений $d\varepsilon$ и $d\psi$ сглажены с суточным шагом фильтром Пантелеева ($\omega_0=0.03$) [101]:

$$w(t) = \frac{\omega_0}{2\sqrt{2}} e^{-\frac{\omega_0|t|}{\sqrt{2}}} \left(\cos \frac{\omega_0 t}{\sqrt{2}} + \sin \frac{\omega_0 |t|}{\sqrt{2}} \right) \quad (3.3)$$

Полученные ряды отклонений теории от наблюдений представлены на рис. 3.8. Спектры сглаженных рядов вычислены с использованием Фурье-преобразования по 4096 точкам и представлены на рис. 3.9.

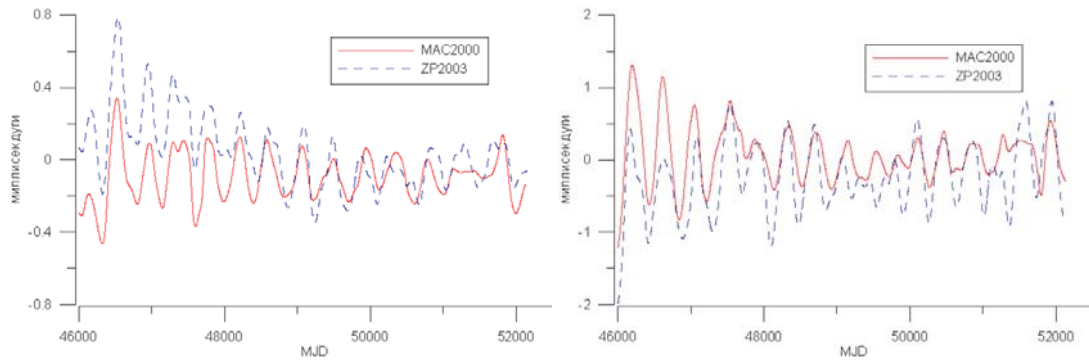


Рис. 3.8: Сравнение сглаженных отклонений $d\varepsilon$ (слева) и $d\psi$ (справа) теорий MAC2000 и ZP2003 от РСДБ наблюдений.

Для более подробного исследования спектрального состава рядов выполнен вейвлет-анализ (см. 2.2.2). Использовался вейвлет Морле [23],[22] с параметром $\alpha=10$. Получены трехмерные скалограммы (рис. 3.10–3.11), иллюстрирующие эволюцию периодических составляющих во времени (напомним, что скалограммой называют трехмерный график квадрата вейвлет-амплитуды), а также скелетоны (рис. 3.12–3.13), отражающие положения “хребтов” скалограмм.

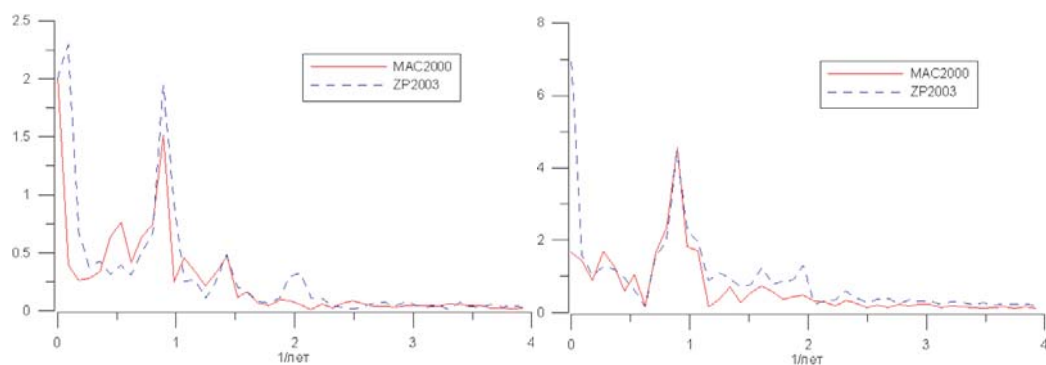


Рис. 3.9: Спектры отклонений $d\varepsilon$ (слева) и $d\psi$ (справа) теорий MAC2000 и ZP2003 от РСДБ наблюдений. По оси абсцисс – частоты (число колебаний за год).

Видно, что отклонения теории ZP2003 от РСДБ наблюдений содержат больше мощности на низких частотах, нежели отклонения теории MAC2000. Вместе с этим в разностях ZP2003 наблюдаются компоненты на частоте два колебания за год, которые отсутствуют в разностях MAC2000. Главная часть отклонений обеих теорий от наблюдений обусловлена свободной нутацией ядра, которая нуждается в дальнейшем изучении и мониторинге.

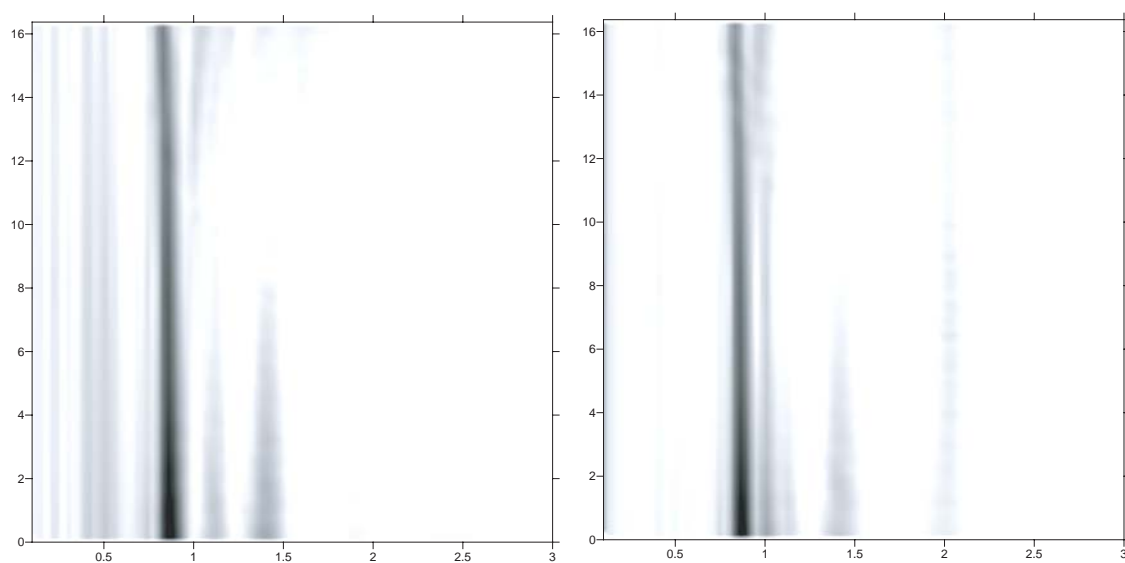


Рис. 3.10: Скалограммы отклонений $d\varepsilon$ для теорий MAC2000 (слева) и ZP2003 (справа). По горизонтальной оси – частоты (число колебаний за год), по вертикальной – годы с 1984 г.

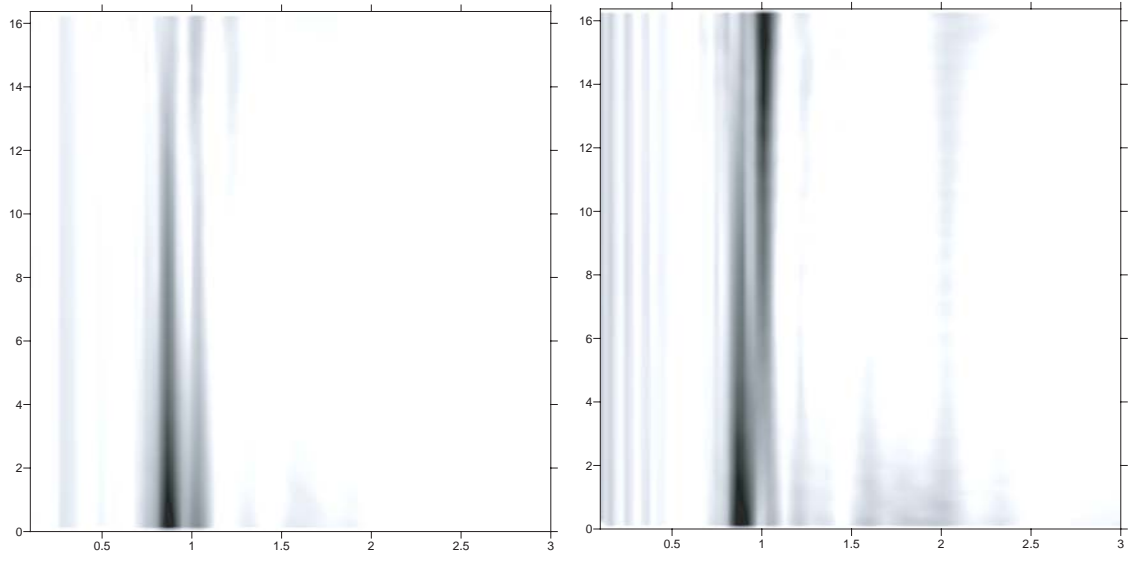


Рис. 3.11: Скалограммы отклонений $d\psi$ для теорий MAC2000 (слева) и ZP2003 (справа). По горизонтальной оси – частоты (число колебаний за год), по вертикальной – годы с 1984 г.

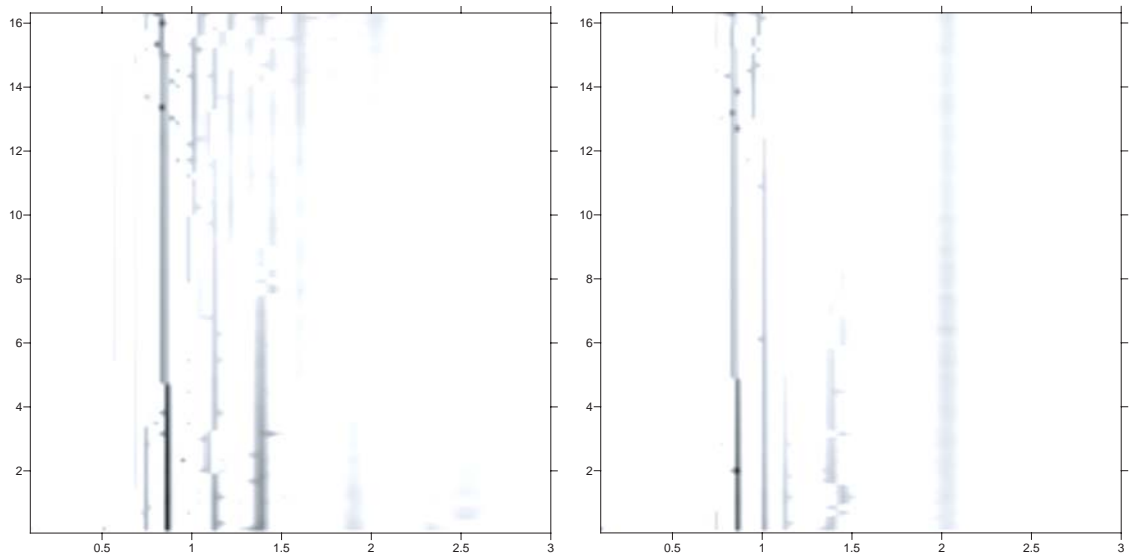


Рис. 3.12: Скелетоны отклонений $d\epsilon$ для теорий MAC2000 (слева) и ZP2003 (справа). По горизонтальной оси – частоты (число колебаний за год), по вертикальной – годы с 1984 г.

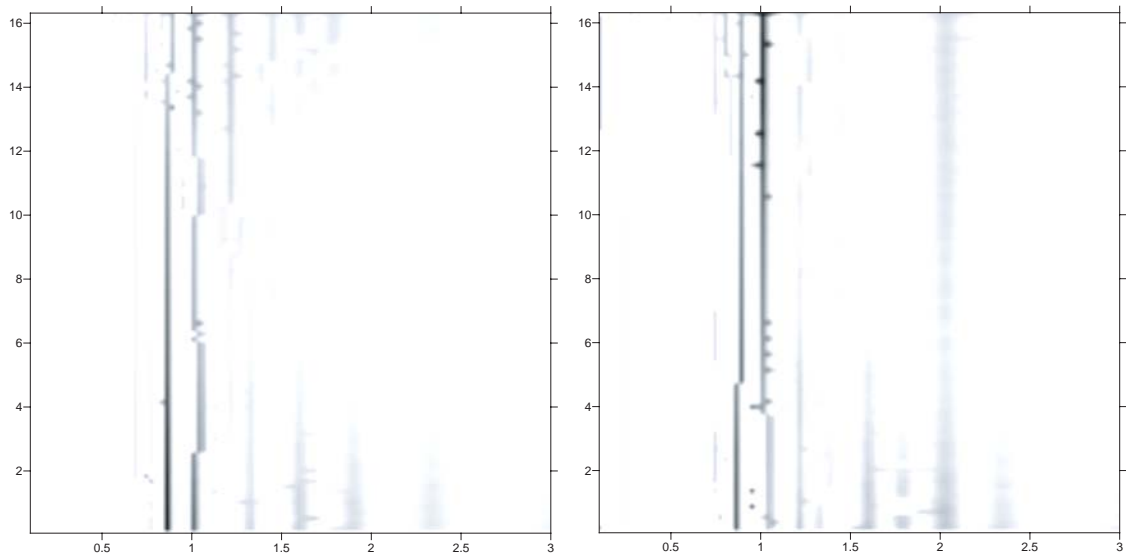


Рис. 3.13: Скелетоны отклонений $d\psi$ для теорий МАС2000 (слева) и ZP2003 (справа). По горизонтальной оси – частоты (число колебаний за год), по вертикальной – годы с 1984 г.

3.2.4 Обсуждение расхождений

Поправка на главной нутационной гармонике периодом 18.6 года может быть обусловлена проблемами разрешения близко лежащих гармоник на составляющие.

Происхождение поправки на полугодовой частоте требует более детального обсуждения. Дело в том, что в теории МАС2000 поправка за атмосферу на этой частоте вообще не добавлялась и не определялась [41]. Однако, как можно видеть на рис. 3.10–3.13, оказалось что эта поправка отсутствует в наблюдениях. В итоге авторы МАС2000 высказали предположение о том, что влияние атмосферы на этой частоте компенсируется каким-то другим неизвестным процессом. В теории ZP2003 атмосфера учитывалась в уравнениях моментов, но не учитывалось никакого неизвестного процесса, который должен был бы её компенсировать на этой частоте. Поэтому, если такой процесс существует, то его отсутствие в модели и должно бы было проявиться в виде появления пика на полугодовой частоте на рис. 3.10–3.13. Таким образом, спектральное исследование подтверждает наличие неизвестного

процесса, который компенсирует влияние атмосферы на полугодовой частоте.

Согласие теории ZP2003 с наблюдениями можно улучшить, если добавить поправки на гармониках с периодами 18.6 лет и полгода. Эти поправки были вычислены с помощью SVD МНК (табл. 3.4). После учета поправок согласие ZP2003 с наблюдениями улучшилось, и взвешенное среднеквадратичное отклонение составило 207 ($d\varepsilon$) и 808 ($d\psi$) мкс дуги. На рис. 3.14 представлены для сравнения спектры отклонений теории ZP2003 от наблюдений до и после учета поправок к двум основным гармоникам.

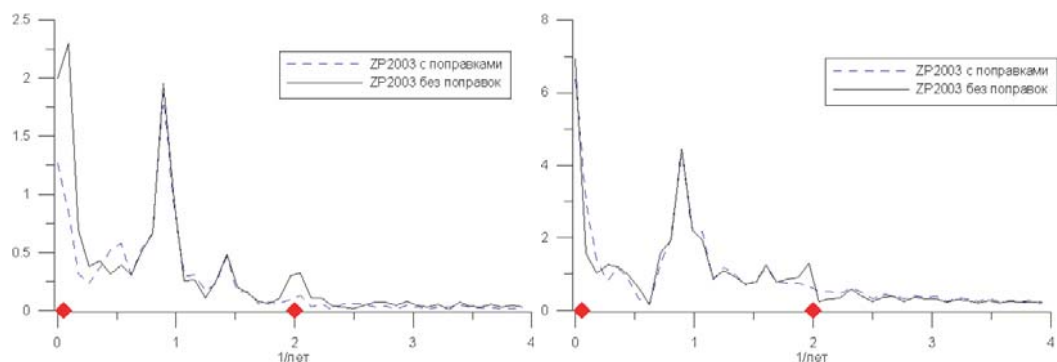


Рис. 3.14: Спектры отклонений $d\varepsilon$ (слева) и $d\psi$ (справа) теории ZP2003 от РСДБ наблюдений до и после введения поправок к двум главным частотам.

Таблица 3.4: Поправки к амплитудам главных гармоник ZP2003

j	f , 1/лет	$ A_{1j} $, мсек	$ A_{2j} $, мсек	$ A_{3j} $, мсек	$ A_{4j} $, мсек
1	0.053726	0.150329	0.061415	0.007118	0.003692
2	2.000043	0.157420	0.081102	0.007450	0.003811

Была также выполнена оценка поправок к 300 первым гармоникам. После учета поправок взвешенное среднеквадратичное отклонение разностей между теорией и наблюдениями составило 146 ($d\varepsilon$) и 345 ($d\psi$) мкс дуги. Для сравнения, спектры отклонений теории от наблюдений представлены на рис. 3.15, ромбиками обозначены частоты гармоник, для которых вычислялись поправки.

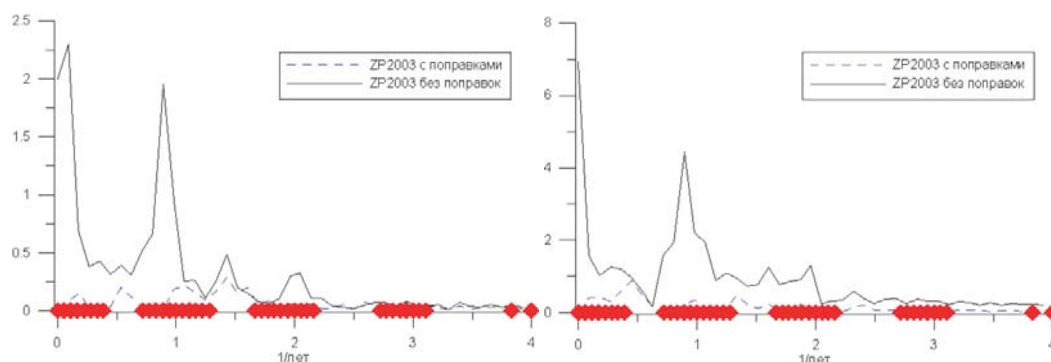


Рис. 3.15: Спектры отклонений $d\varepsilon$ (слева) и $d\psi$ (справа) теории ZP2003 от РСДБ наблюдений до и после введения поправок к 300 главным частотам.

Очевидно, что введение эмпирических поправок улучшает согласие с наблюдениями, однако это может исказить физические основы теории, поэтому данные поправки авторы не стали вводить, а приняли решение использовать для прогнозирования отклонений между теориями и наблюдениями в будущем.

3.3 Вращение Земли и сейсмичность

3.3.1 Сопоставление сейсмических данных и вращения Земли

Многими исследователями поднимался вопрос о связи вращения Земли и сейсмической активности. Так, в [102],[103] приводятся результаты вычислений влияния землетрясений на скорость вращения Земли и положение полюсов. В работах [104],[105] указывается на наличие корреляций между продолжительностью суток и сейсмической активностью. Указывается также на связь с вулканической деятельностью и движением литосферных плит [106]. Предпринимались попытки выделения сейсмических эффектов в высокочастотных ПВЗ [96], не приведшие правда к успеху. В основополагающей монографии [10] рассматривается вопрос о влиянии землетрясений, делается вывод о чрезвычайной малости энергий землетрясений, по сравнению с энергетикой вариаций вращения Земли. И действительно, как показано в [107], мощность вариаций во вращении Земли составляет $10^{14} - 10^{15}$ Вт.

При этом оценки энергетики процессов, которые влияют на ее вращение составляют для атмосферных движений – $2 \cdot 10^{15}$ Вт, океанических течений – порядка 10^{14} Вт, потоков тепла из недр Земли – 10^{13} Вт, для взаимодействия межпланетного магнитного поля и солнечного ветра с магнитосферой Земли – менее 10^{13} Вт, геомагнитных бурь 10^{12} Вт, и только $2 \cdot 10^{11}$ Вт для землетрясений и 10^{11} Вт для вулканической деятельности, что сравнимо с энергетикой полярных сияний – 10^{11} Вт. Тем не менее, учитывая точность современных наблюдений, не исключена возможность обнаружения сейсмических эффектов во вращении Земли. Открытым остается вопрос о возможном влиянии режима вращения планеты на режим сейсмичности. На рис. 3.16 представлен график сглаженной магнитуды сейсмических событий с 1700 г., вычисленный на основе данных каталога NOAA с использованием окна Пантелеева (3.3), в сопоставлении с продолжительностью суток и сглаженной производной ПС. Корреляция наблюдается с трудом. Следует принять во внимание большую погрешность данных о скорости вращения планеты более чем вековой давности, то же относится и к сейсмическим данным. По нашему мнению, поиск эффектов во вращении Земли, связанных с сейсмичностью, может быть более результативен при анализе возбуждающих функций.

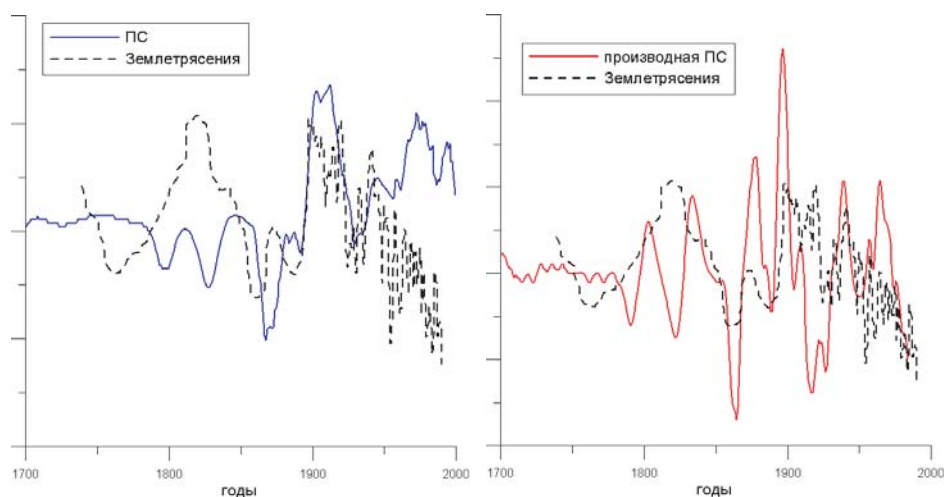


Рис. 3.16: Сравнение ПС (слева), производной ПС (справа) с энергосвободением землетрясений с 1700 г.

3.3.2 Вращение Земли и землетрясение в Индийском регионе 26 декабря 2004 г.

Мощное землетрясение, произошедшее у берегов Суматры 26 декабря 2004 г., повлекло катастрофическое цунами, вызвало большой общественный резонанс и привлекло внимание научного сообщества. Землетрясение, магнитуда которого оценивается в 9 баллов, стало пятым по силе с 1900 г. и первым после Аляскинского землетрясения 1964 г. Оценка влияния этого землетрясения на вращение планеты, сразу же сделанная специалистами NASA [108],[102], составила для координат полюса по X: -0.670 мс, по Y: 0.475 мс, для изменения продолжительности суток: -2.676 мкс. Целью данного раздела будет получение собственных оценок, их сравнение с представленными выше и с наблюдениями.

Скалярный сейсмический момент землетрясения, произошедшего 26 декабря 2004 г., по каталогу CMT составил $M_0 = 3.95 \cdot 10^{22}$ Н/м, что соответствует магнитуде $M_w = 9.0$, согласно формуле

$$M_w = \frac{2}{3}(\lg(M_0) - 16.1).$$

Сейсмический момент определяется формулой

$$M_0 = \mu Sh,$$

где μ – модуль сдвига, S – площадь плоскости разрыва, h – средняя подвижка в очаге. По данным NASA длина разрыва L составила около 1200 км, величина смещения h – в среднем 15 м. Для того, чтобы определить поперечный размер гипотетической плоскости разрыва мы взяли характерное значение $\mu = 3 \cdot 10^{10}$ Па. Поперечный размер получился равным 73 км. Для оценки влияния землетрясения на вращение Земли, было сделано грубое предположение о смещении блока, с размерами $1200 \times 70 \times 10$ км (последняя величина соответствует характерной толщине океанической коры) и плотностью $\rho = 3.2$ г/см³ (средняя плотность коры). Ввиду близости района землетрясения к экватору, для расчета была использована сферическая модель Земли, начальное положение блока считалось удаленным от центра масс Земли

на величину экваториального радиуса $R_0 = 6378137$ м, размеры блока по сравнению с этой величиной считались пренебрежимо малыми.

Изменение режима вращения планеты при землетрясении определяется изменением тензора инерции Земли и величиной относительного момента количества движения. Оценив эти величины, можно вычислить возбуждающие функции по формулам (2.37). Были приняты значения $\Omega = 7.292 \cdot 10^{-5}$ рад/с – для скорости вращения Земли, $C = 8.037 \cdot 10^{37}$ кг·м² – для осевого, $A = 8.010 \cdot 10^{37}$ кг·м² – для экваториального моментов инерции Земли. В рассматриваемой модели внешние силы, создающие момент L не принимаются к учету, изменение размера перемещающегося блока $d\Delta I_{xz}$ не предполагается. Таким образом, часть слагаемых в правой части (2.37) оказывается равной нулю, при радиальном перемещении оказывается равен нулю и относительный момент импульса h . Действие землетрясения можно представить в виде двух составляющих: ступенчатой и импульсной. Момент инерции Земли, изменившись, остается таким и впоследствии (компенсация происходит за века), что можно представить ступенчатой функцией $\varphi_J = \mathbf{J}H(t - t_0)$, где $H(t - t_0)$ - функция Хевисайда (2.22) со скачком в момент землетрясения. Относительный момент импульса h отличен от нуля лишь на протяжении времени движения блока $[t_0, t_1]$ (при радиальном смещении он равен нулю все время). Такое возмущение можно представить в виде $\varphi_N = \frac{\mathbf{N}}{(t_1 - t_0)}(H(t - t_0) - H(t - t_1))$. Для первого уравнения (2.36) можно, перейдя к пределу, использовать запись $\varphi_N = \mathbf{N}\delta(t - t_0)$, где $\delta(t - t_0)$ – функция Дирака со скачком в t_0 . Для второго уравнения (2.36) этого делать нельзя.

Как показано в [10], если преобразовать системы координат так, чтобы t_0 и константы интегрирования были равны нулю, вышеописанным возмущениям будут соответствовать изменения положения полюса

$$\begin{aligned} m_J &= \mathbf{J}(1 - e^{i\sigma_0 t}) & t > 0, \\ m_N &= -i\sigma_0 \mathbf{N}e^{i\sigma_0 t} & t > 0, \end{aligned}$$

и скорости вращения Земли

$$m_{zJ} = \mathbf{J}H(t - t_0),$$

$$m_{zN} = \frac{N}{(t_1 - t_0)}(H(t - t_0) - H(t - t_1)).$$

На первом этапе были вычислены изменения во вращении планеты при радиальном перемещении блока. Для координат полюса отклонения составили по X: -1.6 мкс, по Y: 21.6 мкс, для продолжительности суток: -0.55 мкс (знак зависит от направления, отрицательный при перемещении к центру Земли). Затем оценка была сделана в предположении перемещения со скоростью 2.5 см/сек (15 метров за 10 мин) вверх под углом 10° (угол субдукции индийской плиты под микроплиту Бирма) в направлении запад-юго-запад (направление по данным NASA). Для координат полюса отклонения составили по X: -2.3 мс, по Y: 0.136 мс, для продолжительности суток: -5.26 мкс времени. Исходя из этого, можно сделать вывод о сильной зависимости оценок от геометрии подвижки в очаге, которая известна плохо. Оценка, сделанная в NASA Гроссом и Чао, зависит от оценки тензора момента землетрясения [102]. Его оценки, полученные в центрах USGS и CMT различаются на порядок.

3.3.3 Анализ наблюдательных данных

Как отмечалось в разделе 1.1.3, наблюдения за вращением Земли проводятся в настоящее время с использованием наземных и космических средств наблюдений, таких как РСДБ, ЛЛС и ЛЛЛ, GPS и DORIS. На основе наблюдений, выполненных различными центрами МСВЗ формирует комбинированное сглаженное решение ПВЗ С04 с суточным шагом, колебания с периодами менее 2 суток в нем не учитываются. С 1997 г. заявленная точность ПВЗ С04 составляет 200 мкс дуги для координат полюса и 20 мкс для шкалы времени UT1, связанной со скоростью вращения Земли. Расхождения между решениями различных центров наблюдений могут превосходить указанные выше величины. На рис. 3.17-3.18 представлены графики изменения продолжительности суток и координат полюса по данным службы GPS и службы лазерной локации, на фоне решения С04.

Из-за отсутствия сеансов геодезических РСДБ наблюдений в

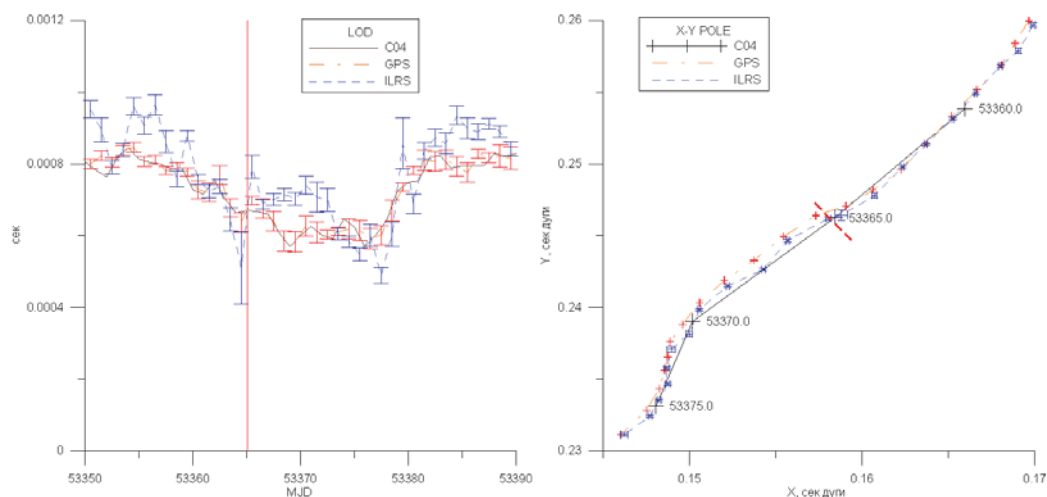


Рис. 3.17: Изменения продолжительности суток (слева) и координат полюса (справа) в конце 2004 г. (после удаления периодических составляющих.)

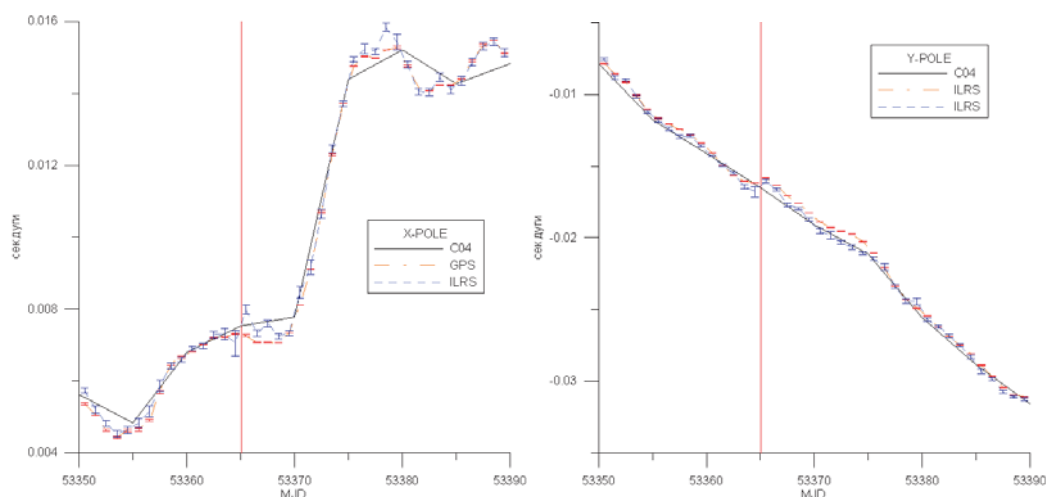


Рис. 3.18: Изменения координат полюса X (слева) и Y (справа) в конце 2004 г. (после удаления периодических составляющих.)

воскресные дни после Рождества, интерферометрические данные на дату землетрясения не представлены. Эффект зональных приливов предварительно вычтен из рядов продолжительности суток. Ряды координат полюса освобождены от тренда, годовой и чандлеровской периодических составляющих, параметры которых подобраны по наблюдениям за последние шесть лет. Видно, что некоторые изменения

в момент землетрясения имеются, но они соответствуют уровню шумов или немоделируемых эффектов. Обращает на себя внимание тот факт, что на день землетрясения велики погрешности наблюдений лазерной службы, так что даже наиболее заметное отклонение по Y-координате полюса, составляющее порядка миллисекунды дуги, не выходит за границу 3σ .

26 декабря 2004 г. (MJD 53365) пришлось на полнолуние, когда приливные возмущения довольно велики. На рис. В представлена траектория движения полюса Земли 26 декабря и амплитуда колебаний полюса под действием суточных и внутрисуточных компонент прилива согласно модели Рея [36].

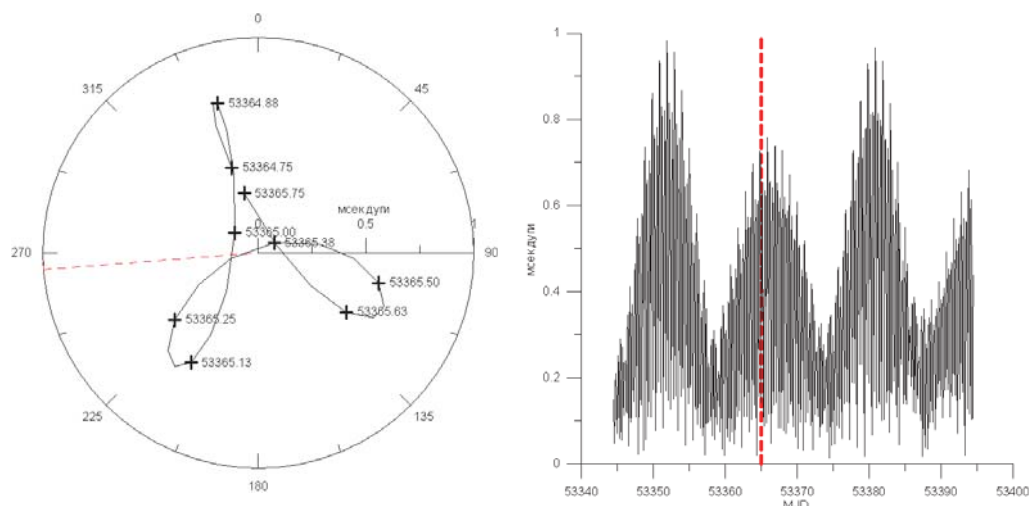


Рис. 3.19: Изменение положения полюса Земли 26 декабря (слева) под действием прилива и амплитуда приливных колебаний в конце 2004 г. по модели Рея.

В 0:59 UTC в точке с координатами 3.09° С.Ш. 94.26° В.Д. (момент и координаты землетрясения) прошел 1 ч 10 мин с момента восхода Солнца и 1 ч 45 мин с момента захода Луны, и светила выстроились вдоль линии предполагаемого разлома. Возможно, приливное воздействие стало фактором, спровоцировавшим землетрясение. Такого рода эффекты известны [109].

3.4 Спектральные исследования и прогноз ПВЗ

Частотный состав прецессии и нутации, как показано в разделе 3.2, определяется лунными, солнечными и планетными гармониками, что делает более удобным построение теории в частотной области. Спектральный же состав движения полюсов определяется составом возбуждения, которое зачастую не является гармоническим, кроме того, возбуждение трансформируется передаточной функцией Земли [110]. Вариации скорости вращения Земли, как видно из второго уравнения (2.38), напрямую связаны с аксиальной составляющей возбуждения, состав которого также довольно сложен и обусловлен, в основном, атмосферными процессами. Прогнозирование, которому посвящен данный раздел, требует учета всех закономерностей исследуемых процессов, статистических свойств случайных составляющих. Поэтому сначала проведем анализ временных рядов, в котором будем опираться также на ранее проводившиеся исследования [111], [112], [113], [114], [115].

3.4.1 Спектральные исследования

В качестве исходных данных использовались бюллетени ЕОРС01 и ЕОРС04 МСВЗ (см. раздел 1.1.3). Данные по скорости вращения Земли имеются с 1962 г. Бюллетень ЕОРС04, содержит параметры вращения Земли с 1962 г по настоящее время с шагом одни сутки. Бюллетень ЕОРС01 содержит координаты полюса с 1846 по 1889 г. с шагом 0.1 года и с 1890 г. с шагом 0.5 года. На рис. 3.20 представлен график изменения координат полюса с 1900 г., линией отмечен тренд. На рис. 3.21 представлен временной ряд UT1-UTC, скачки обусловлены введением добавочной секунды (см. 1.2). Графики зависимости погрешности от эпохи наблюдений иллюстрируют колоссальный прогресс в точности наблюдений.

Начнем рассмотрение с долгопериодических эффектов. Выделяют вековое движение полюса со скоростью около 3.5 мс/год в направлении примерно 75° западной долготы (в сторону западного побережья Северной Америки) [111]. На рис. 1.3 представлено изменение среднего

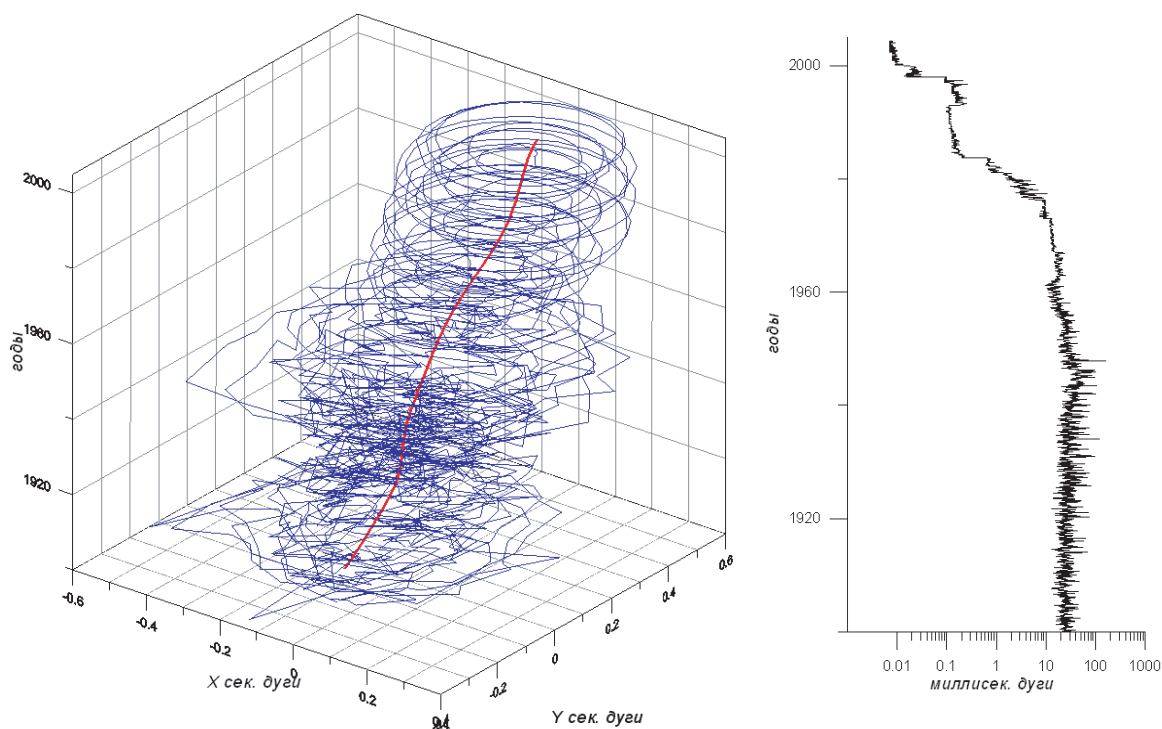


Рис. 3.20: Изменения координат полюса с 1900 года (слева) и погрешности измерений (справа).

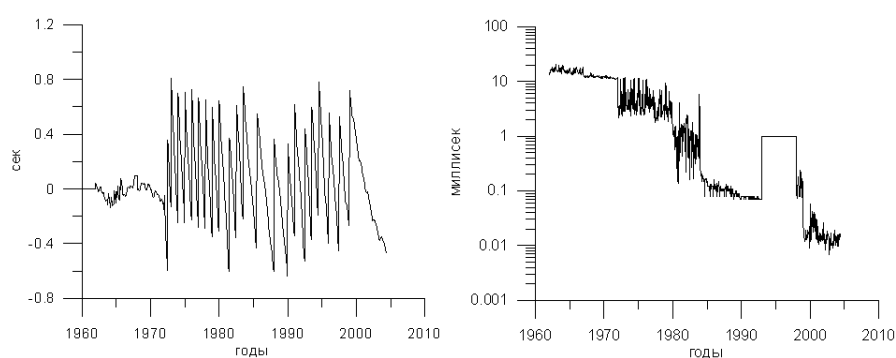


Рис. 3.21: Расхождение шкал времени UT1-UTC (слева) и погрешности измерений (справа).

положения полюса по данным МСВЗ. На рис. 3.22 представлены вариации координат полюса X и Y и выделенный тренд первого порядка. По нашим оценкам полюс переместился за последние 100 лет со средней скоростью 3.9 мс/год в направлении 65.7° западной долготы. Природа

векового дрейфа остается до конца не выясненной. Считается, что большая часть обусловлена эффектом послеледникового восстановления. Согласно расчетам [113], именно таяние снежных покровов должно приводить к смещению полюса в указанном направлении. Возможно, вековая составляющая является частью долгопериодического смещения, для определения параметров которого имеющиеся наблюдения слишком краткосрочны.

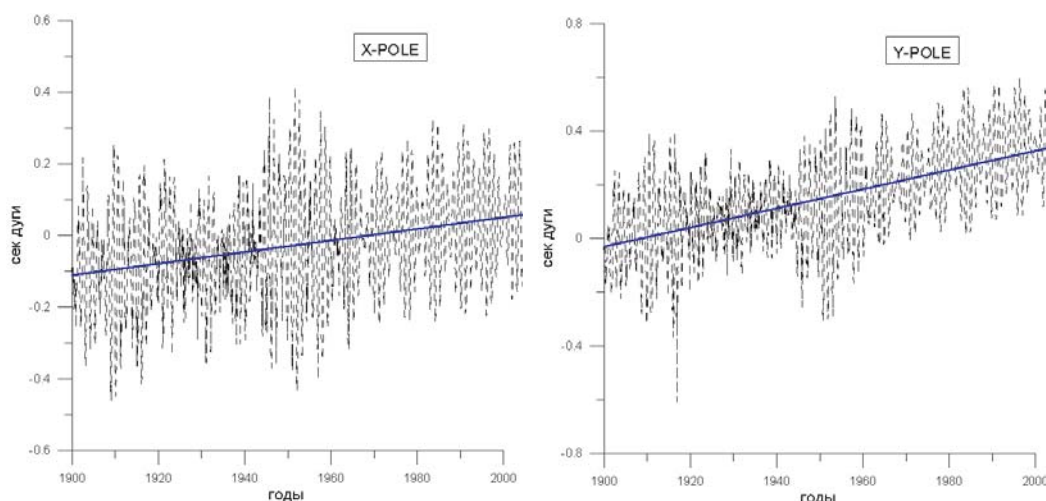


Рис. 3.22: Тренд координат полюса X (слева) и Y (справа).

Для изучения долгопериодических эффектов в скорости вращения Земли из временного ряда UT1-UTC были предварительно устранены все добавочные секунды (см. 1.2), введенные с 1972 г. Линейный тренд был вычислен без использования весов, он представлен на рис. 3.23. Основной вклад в вековое замедление вращения планеты вносит приливное торможение. С 2000 г. наблюдается ускорение вращения планеты, подобно наблюдавшемуся в 80-х гг. XX в. (вторая производная UT1-UTC положительна). Сила, вызывающая это явление пока не известна. Наклон тренда меняется в зависимости от длины базового участка ряда, по которому он моделируется. Это существенно осложняет его прогноз и заблаговременное определение времени введения добавочной секунды [116]. Справа на рис. 3.23 тренд вычислен по 6-летнему интервалу времени, там же представлен его прогноз. Из графика видно, что

ожидать секундного расхождения UT1-UTC можно в 2006 г.

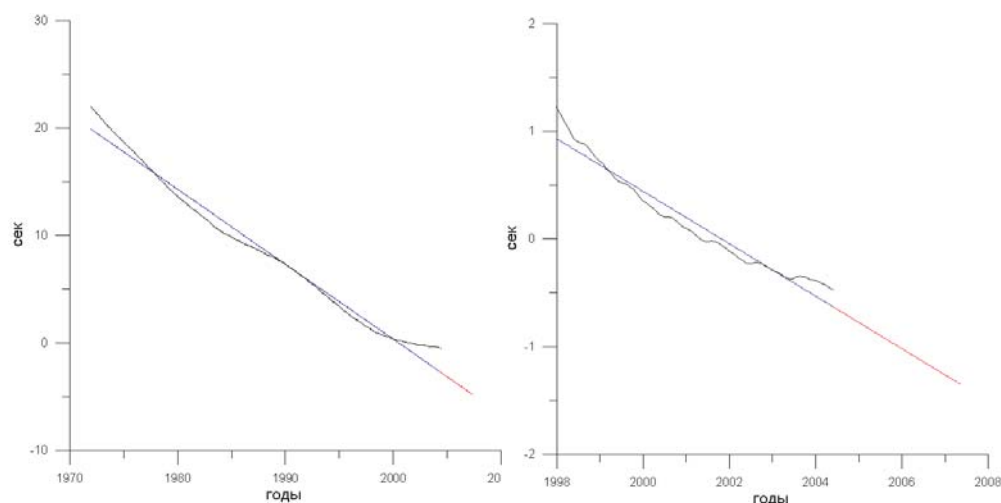


Рис. 3.23: Тренд UT1-UTC, вычисленный по 34 годам (слева) и по 6 годам (справа).

После извлечения тренда были выполнены спектральные исследования рядов координат полюса X и Y с 1900 г. и UT1-UTC с 1972 г. Выполнено Фурье-преобразование рядов (см. 2.2.1), спектрограммы координат полюса и UT1-UTC представлены на рис. 3.24.

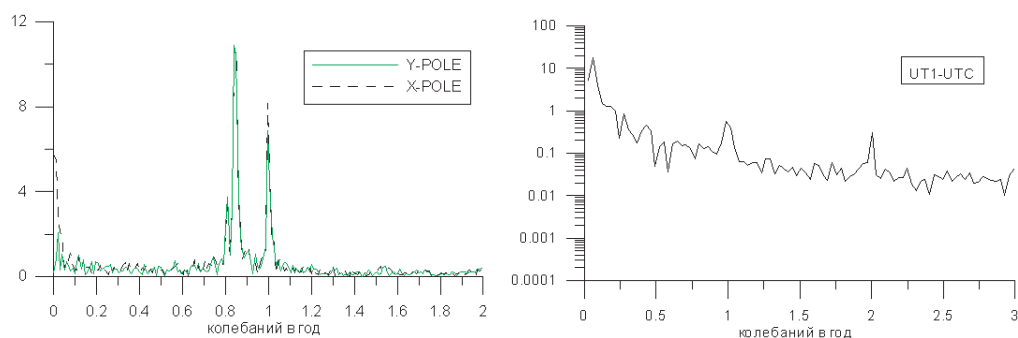


Рис. 3.24: Спектрограммы координат полюса X и Y (слева) и UT1-UTC (справа).

Кроме Фурье-анализа для координат полюса была выполнена параметрическая оценка спектра с использованием авторегрессии 50-го порядка, параметры вычислялись по алгоритму Берга (см. 2.3.1). Спектрограммы представлены на рис. 3.25.

В спектре UT1-UTC на рис. 3.24 заметны 18.6-летняя, годовая и полугодовая составляющие. Соответствующие им изменения скорости

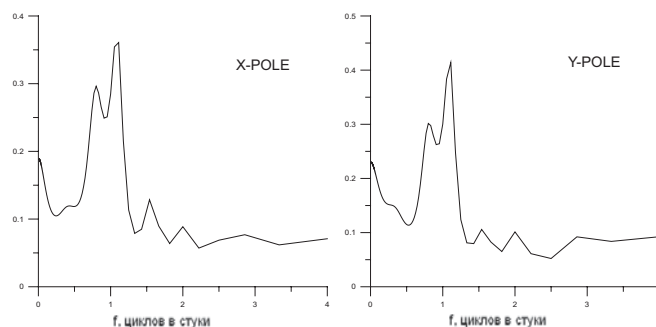


Рис. 3.25: Параметрические АР-спектрограммы координат полюса.

вращения Земли связаны с атмосферными явлениями и приливными эффектами. Составляющие, связанные с зональными приливами с периодами от 5 суток до 18.6 лет, хорошо описываются моделью Дефрейгна и Смита [36]. Основные составляющие, обусловленные Луной, имеют период 9.1, 13.7 и 27.3 суток (см. табл. 3.1), обусловленные Солнцем – 0.5 и 1 год [112]. Тиссеральные приливы на скорость вращения планеты не влияют. Высокочастотные вариации, обусловленные в основном атмосферными и океаническими приливами, наблюдаются и моделируются, как показано в разделе 3.1, моделью Рея [117].

В движении полюса выделяют квазипериодические вариации с периодами от 7 до 90 лет, которые могут быть обусловлены перераспределением масс в атмосфере, гидросфере и криосфере Земли, перераспределением вод в водных хранилищах, возможно, их вызывают геомагнитные взаимодействия ядра и мантии, топографические возмущения на границе ядро-мантия, движения внутреннего ядра Земли. Однако, некоторые авторы считают декадные и долгопериодические вариации недостоверными [118]. Дискутируется вопрос о существовании колебания Марковица с периодом 30 лет [119].

В спектре движения полюса хорошо заметны широкий чандлеровский пик и менее широкий годовой. Они являются основными по мощности гармоническими составляющими в движении полюса. Амплитуда годового колебания составляет в среднем 0.1 сек дуги, его период практически неизменен. Амплитуда чандлеровского колебания составляет в среднем 0.2 сек дуги, его средний период – 435 суток,

однако, период амплитуда и фаза чандлеровского колебания не остаются постоянными [40].

Если годовой цикл в движении полюсов на три четверти объясняется атмосферными и океаническими явлениями а также сезонным перераспределением подземных вод, то процесс, поддерживающий резонансное чандлеровское колебание, не совсем известен. Близость частот годового и чандлеровского колебания дало основание полагать, что они поддерживаются одним и тем же атмосферным возбуждением [120]. Однако, было показано, что атмосферное возбуждение не может полностью объяснить чандлеровское колебание [110]. Возможными дополнительными причинами могут быть южное колебание, океанические процессы, процессы в ядре и мантии, перераспределения подземных вод, сейсмичность. Поскольку большинство циклических явлений, происходящих на Земле, в основном обусловлены орбитальным движением системы Земля-Луна в Солнечной системе, для разрешения вопроса о чандлеровском движении, полезным может оказаться более подробное рассмотрение всех аспектов взаимодействия планеты с окружающими ее небесными телами, наряду с уточнениями моделей самой Земли [121].

Время затухания чандлеровского колебания в отсутствие возбуждения определяется добротностью Земли на данной частоте и, по разным оценкам, лежит в интервале от нескольких десятков до сотен лет (добротность от 25 до 1000) [40]. Особо интересно исследование вопроса об изменениях периода, амплитуды и фазы чандлеровского колебания по наблюдениям. Для этого можно использовать ССА (см. 2.2.3), и методы частотно-временного анализа, такие как оконное преобразование Фурье и вейвлет-анализ (см. 2.2.2).

К рядам координат полюса, опубликованным в бюллетене ЕОРС01, был применен метод ССА. Подбранное значение числа строк траекторной матрицы $L = 200$ позволило разделить временной ряд координат полюса на составляющие, соответствующие тренду, чандлеровскому и годовому колебанию, которые представлены на рис. 3.26. Кроме этого, удалось отделить низкоамплитудные составляющие и

шум наблюдений, значительно уменьшающийся к концу XX в.

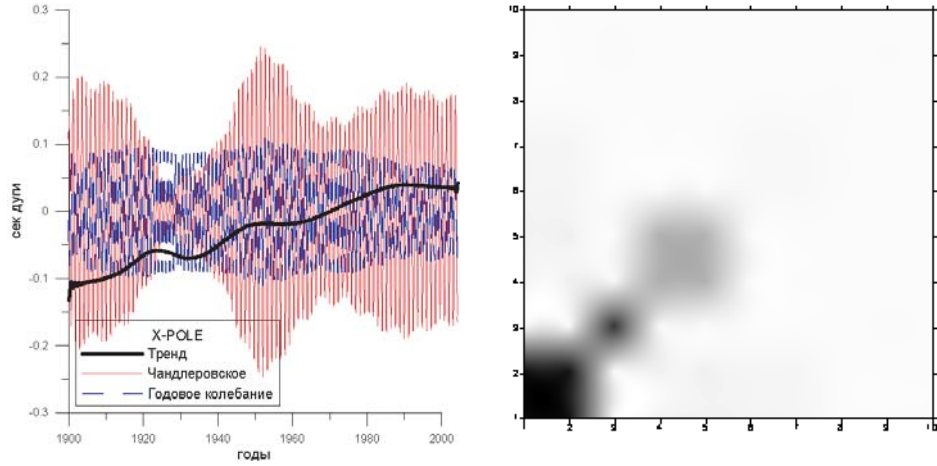


Рис. 3.26: Компоненты тренда, чандлеровского и годового колебания X-координаты полюса, выделенные методом ССА (слева), и поле w-корреляций для первых 10 собственных значений траекторной матрицы (справа).

Вейвлет-преобразование было выполнено с использованием вейвлета Морле с параметром $\alpha = 100$. Трехмерные скалограммы на рис. 3.27 иллюстрируют эволюцию периодических составляющих координат полюса во времени. Видно, как сильно уменьшились период и амплитуда чандлеровского колебания в 30-е годы XX века.

В качестве вейвлет-функции можно использовать модифицированное окно Пантелеева (3.3) вида

$$\psi(t) = \frac{a}{2} e^{-a|t|} (\cos(at) - \sin(a|t|)),$$

где $a = \omega_0/2$ – параметр. В частотной области оно имеет вид

$$\hat{\psi}(\omega) = \frac{\omega_0^2 \omega^2}{\omega_0^4 + \omega^4}.$$

Данное окно удовлетворяет необходимым свойствам вейвлет-функции (2.10) и имеет нулевой первый момент в силу четности. На рис. 3.28 представлены графики вариаций амплитуды и периода чандлеровской компоненты, выделенной методом ССА, полученные с использованием оконного преобразования Фурье и вейвлета Пантелеева.

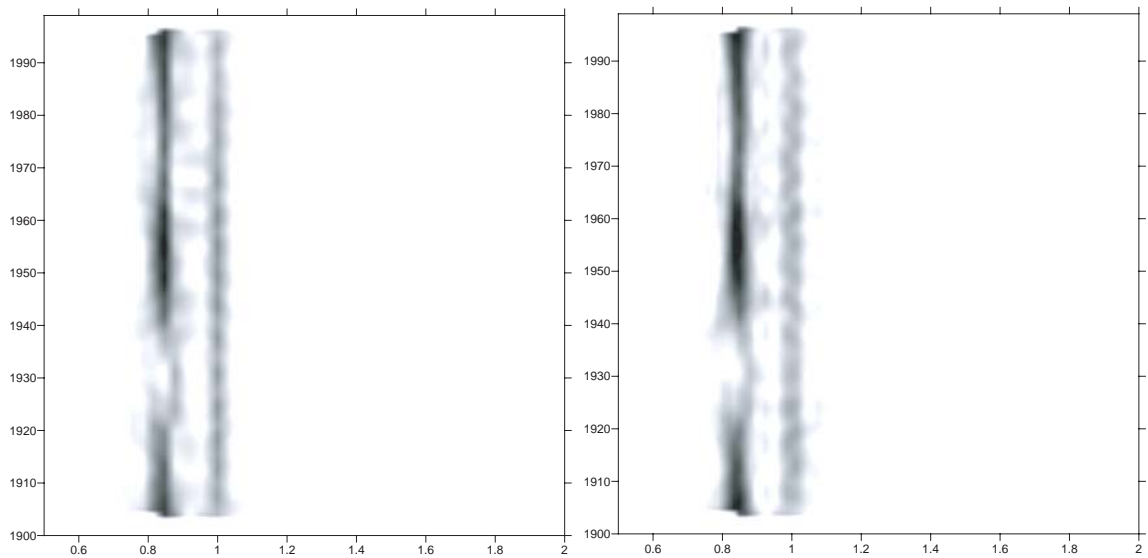


Рис. 3.27: Скалограммы координат полюса X (слева) и Y (справа). По горизонтали – частоты (число колебаний в год), по вертикали – годы.

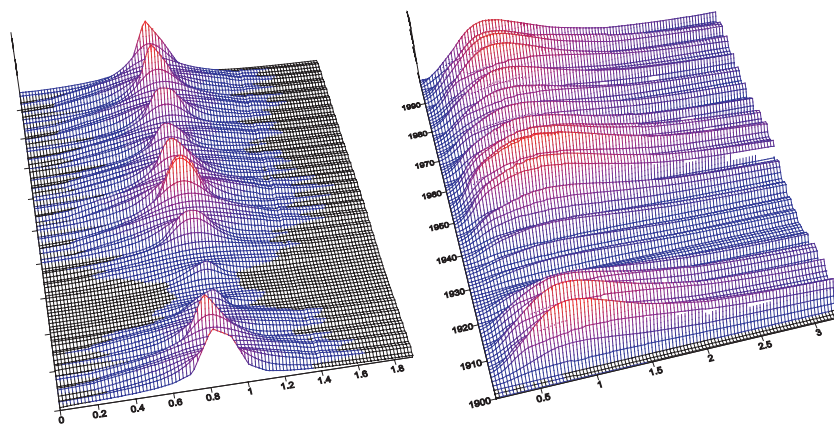


Рис. 3.28: Вариации амплитуды чандлеровского периода полученные с оконным Фурье-преобразованием (слева) и с вейвлетом Пантелеева (справа). По горизонтали – частоты (число колебаний в год), за плоскость рисунка – годы с 1900 г.

На положение оси вращения Земли не оказывают влияния зональные приливы, однако суточные тиссеральные и полусуточные секториальные приливы приводят к появлению соответствующих вариаций в движении полюса, по амплитуде не превышающих 0.4 мсек дуги. Теоретически они были предсказаны еще в конце XIX в. (см. 1.1), но только в последние десятилетия стали доступны наблюдению. Как показано в разделе 3.1,

данные по ним все еще чрезвычайно зашумлены.

3.4.2 Методика прогноза

Опираясь на данные о составе временных рядов, мы воспользовались различными методами для их прогнозирования. При этом учитывались рекомендации, сделанные в работах [122],[123],[124],[125],[126],[43].

Двухмесячный прогноз строился по 6-летнему базовому отрезку ряда. На первом этапе выполнялось моделирование тренда. Для координат полюса X и Y использовалась линейная модель. Из временного ряда UT1-UTC предварительно устранялись скачки, обусловленные введением дополнительной секунды, затем выделялся тренд второго порядка. Параметры тренда определялись МНК и он прогнозировался на 60 точек вперед (рис. 3.29).

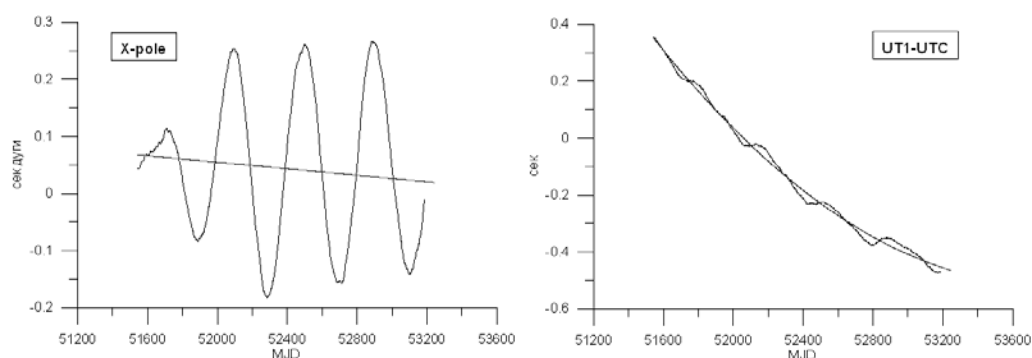


Рис. 3.29: Моделирование тренда координат полюса (слева) и UT1-UTC (справа).

Следует отметить, что при прогнозировании UT1-UTC удобнее использовать не сам временной ряд, а первую разность. Данная величина менее чувствительна к погрешностям определения тренда. Этот способ был использован и оказался предпочтительным.

Второй этап - моделирование гармонических составляющих рядов, освобожденных от тренда. На базовом отрезке, по которому выполнялся прогноз координат X или Y , параметры годовой и чандлеровской гармоник подбирались нелинейным МНК. Периодические составляющие UT1-UTC, обусловленные зональными приливами, вычитались с использованием модели, рекомендованной МСВЗ [36].

Поведение составляющих временных рядов, оставшихся после извлечения полиномиального и гармонического трендов, рассматривалось как случайное, и на третьем этапе для их моделирования использовались статистические методы. Использовался метод АР моделирования (см. раздел 2.3.1). Параметры вычислялись по алгоритму Берга. Порядок модели N был принят равным 50, данный порядок приводит к достаточно хорошим значениям остаточной дисперсии, информационного критерия Акаике (2.18) и вполне удовлетворительным прогнозам [30], [29].

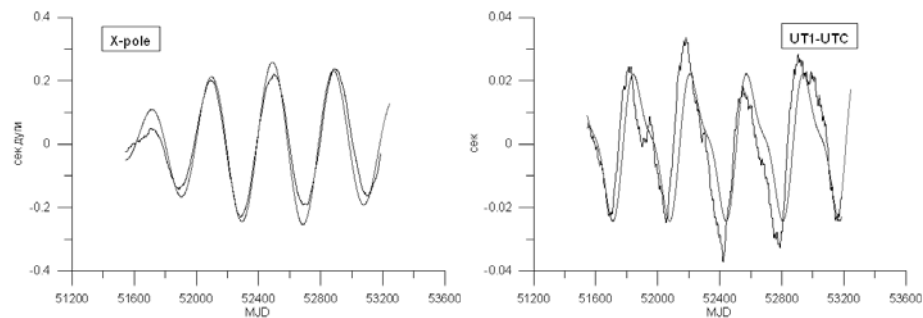


Рис. 3.30: Моделирование гармонических составляющих рядов координат полюса (слева) и UT1-UTC (справа) после вычитания полиномиального тренда.

Метод СКК позволяет прогнозировать отсчеты временного ряда с привлечением статистической информации, заключенной в АКФ (см. 2.3.2). По временному ряду по формуле (2.16) вычислялась несмещенная оценка АКФ. Поскольку метод очень чувствителен к качеству этой оценки, она выполнялась по 20-летнему отрезку ряда. Далее формировалась симметрическая ковариационная матрица Q_{xx} . Прогноз выполняется по формуле (2.21).

Для прогнозирования ПВЗ были использованы НС (см. 2.3.3). На начальном этапе была построена модель “амебы”, состоящая из одного нейрона с линией задержки на входе. Схема такой модели представлена на рис. 3.31. Отсчеты временного ряда $p(i)$ поступают на вход линии задержки D размерностью $N = 100$, с линии задержки на k -шаге вектор $pd(k)$ поступает на нейрон, где взвешивается с весами $w(i)$ и смещается на величину b . После прохождения

результатирующего сигнала $n(k)$ через линейную передаточную функцию формируется выход $a(k)$, представляющий собой в нашей модели прогноз будущего значения ряда. Таким образом, N предыдущих значений используются для прогноза будущего значения, которое в свою очередь может быть вновь использовано на входе. Весовые коэффициенты нейрона адаптируются для решения задачи с помощью тренировки. Сигнал неоднократно пропускается через сеть, и прогнозное значение сравнивается с контрольным. К модели “амеба” можно привести нейронную сеть, содержащую любое количество линейных слоев и один нейрон выходного слоя.

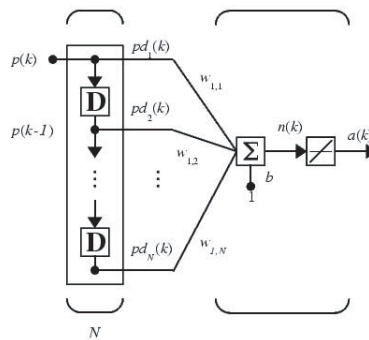


Рис. 3.31: Структурная схема нейронной сети "амеба".

Апробировались также трехслойная сеть. Входной нелинейный слой содержал 7 нейронов с передаточной функцией (2.24), промежуточный линейный – также 7 нейронов, выходной слой состоял из одного линейного нейрона. По ста входным отсчетам прогнозировался следующий отсчет. Для реализации использовался Matlab 6.5, Neural Network Toolbox. Прогнозы, полученные различными методами на одном из участков, представлены на рис. 3.32.

Для вычисления средних отклонений прогнозных значений от наблюдений было сделано 20 прогнозов для разных эпох в прошлом и выполнено их сравнение с реальными данными. Результаты представлены в табл. 3.5. Там же представлены средние погрешности прогнозов МСВЗ [15]. Были вычислены также максимальные ошибки прогнозов по выборке. Они представлены в табл. 3.6. Кроме того,

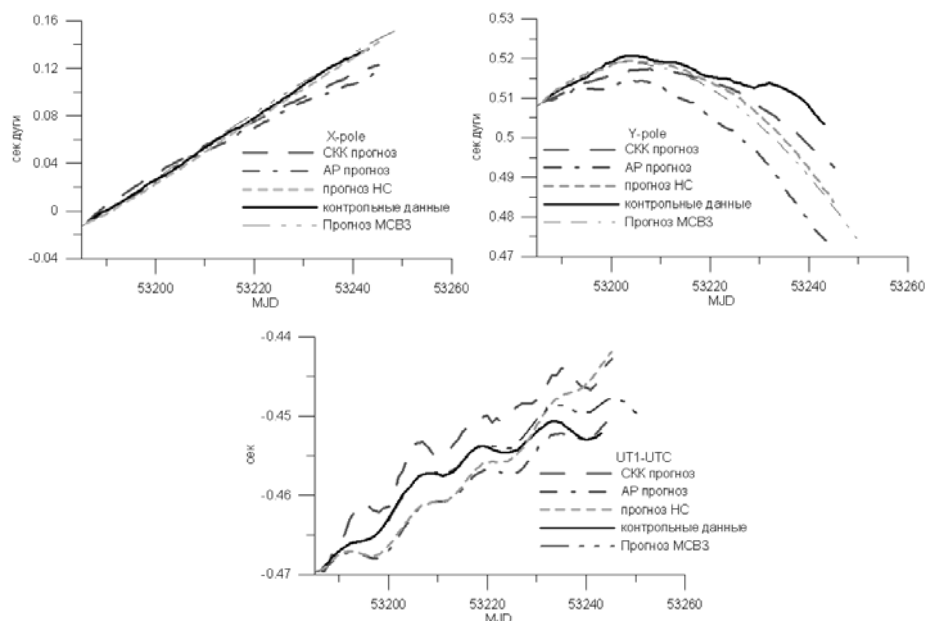


Рис. 3.32: Двухмесячный прогноз ряда координат полюса X (слева), Y (справа) и UT1-UTC (внизу).

в соответствии с рекомендациями, сделанными в работе [127], была вычислена статистика для случая, когда к трем последним отсчетам добавлялись 0.5, 1 и 1.5 мкс дуги соответственно. Предполагается, что это увеличивает достоверность оценок точности оперативных прогнозов, базирующихся на последних оценках ПВЗ, публикуемых в бюллетенях МСВЗ, которые зачастую не являются окончательными и уточняются с течением времени. Результаты вычисления такой статистики принципиально не изменили сложившуюся картину.

Таблица 3.5: Сравнение средней точности прогнозов, полученных разными методами для разных интервалов времени

Горизонт суток вперед	Прогноз МСВЗ		АР-прогноз		НС-прогноз		СКК-прогноз	
	X, Y 0.001''	UT1-UTC 0.001 сек	X, Y 0.001''	UT1-UTC 0.001 сек	X, Y 0.001''	UT1-UTC 0.001 сек	X, Y 0.001''	UT1-UTC 0.001 сек
1	0.15	0.02	0.15	0.02	0.14	0.034	0.27	0.032
5	3	1.5	1.0	0.4	0.78	0.39	1.8	0.43
10	6	2.1	2.4	1.1	3.3	0.96	4.0	1.07
30	12	3.5	11.7	7.2	10.6	5.7	13.4	6.0

Графики погрешностей представлены на рис. 3.33. Можно видеть, что прогноз НС оказался наиболее адекватным из всех. На протяжении двух месяцев его точность для координат полюса оказалась лучше точности МСВЗ. АР и СКК прогнозы превышают по точности прогноз МСВЗ на интервалах до 15 суток для UT1-UTC и до 30 суток для координат полюса X и Y.

Таблица 3.6: Максимальная ошибка прогнозов, полученных разными методами для разных интервалов времени

Горизонт суток вперед	АР-прогноз		НС-прогноз		СКК-прогноз	
	X, Y 0.001''	UT1-UTC 0.001 сек	X, Y 0.001''	UT1-UTC 0.001 сек	X, Y 0.001''	UT1-UTC 0.001 сек
1	0.4	0.04	0.4	0.095	0.89	0.07
5	2.1	0.97	1.7	0.88	2.7	1.06
10	5.3	3.0	9.4	1.78	7.5	1.90
30	30.2	13.4	19.8	11.3	26.3	14.6

Методы использованы для двухмесячных прогнозов, но их можно распространить и на более длительные интервалы времени. Результаты прогноза ПВЗ доступны в интернете по адресу <http://lnfm1.sai.msu.ru/~tempus/pvz/prediction/index.html>.

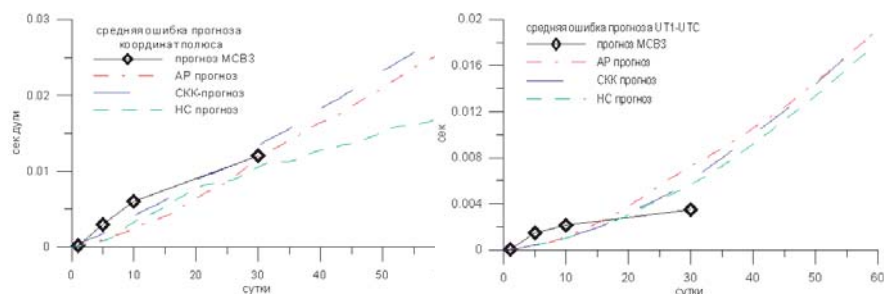


Рис. 3.33: Средние ошибки прогнозов координат полюса (слева) и UT1-UTC (справа) в сравнении с прогнозами МСВЗ.

3.4.3 Метод ССА и вейвлет-прогноза с использованием НС

Для прогнозирования была использована методика разделения сигнала на компоненты методом ССА, с последующим покомпонентным

прогнозированием НС. Разделение компонент методом ССА, как показано в разделе 2.2.3 требует выполнения ряда специальных условий, в частности, конечномерности линейного пространства, порождаемого отделяемой компонентной сигнала, ее ортогональности другим компонентам. Это условие подразумевает представимость АР-моделью, на чем и основано прогнозирование методом “гусеницы-ССА” [25]. Очевидно, сложные нестационарные шумы могут неудовлетворять этим условиям, поэтому для прогнозирования целесообразно использовать нелинейную НС. На рис. 3.34 представлен результат АР-прогнозирования 200-го порядка выделенной методом ССА чандлеровской компоненты на 15 лет вперед, из которого следует, что в 2010-2020 г. можно ожидать уменьшения амплитуды чандлеровского колебания. При получении итогового прогноза, представленного на рис. 3.35, некоторые нестационарные составляющие прогнозировались НС.

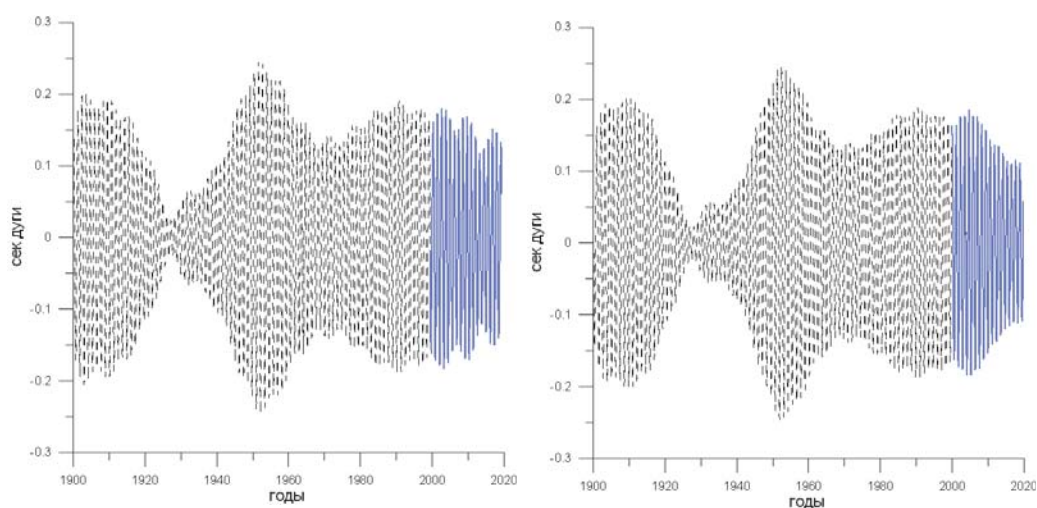


Рис. 3.34: Прогноз чандлеровской компоненты координат полюса X (слева) и Y (справа) методом АР.

Как указано в [15] в службе прогнозов МСВЗ возлагают надежды на совместное использование ССА и НС. Однако, нам видится более целесообразной использование вместо ССА вейвлет-анализа, позволяющего разделять сигнал на частотно-временные блоки. Предлагается следующая методика: с использованием дискретного

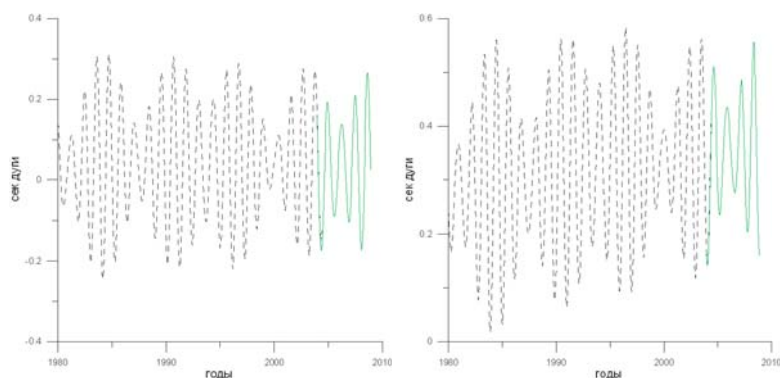


Рис. 3.35: Прогноз координат полюса X (слева) и Y (справа) медом ССА с использованием нейронных сетей.

вейвлет-преобразования, например, с вейвлет-функцией Добеши-2, формируется иерархия аппроксимирующих и детализирующих вейвлет-коэффициентов (см. 2.2.2), которые прогнозируются НС, прогноз исходного сигнала получается вейвлет-восстановлением. Метод, совмещающий вейвлет-анализ и НС напоминает по принципам своего функционирования естественную биологическую систему ухо-мозг.

3.5 Динамическое моделирование

3.5.1 Восстановление возбуждающих функций по наблюдениям

Имея в распоряжении динамическую модель вращающейся Земли (см. раздел 2.5) и наблюдения, разумно задаться вопросом: каково входное возбуждение, приводящее к смещению полюсов по наблюдаемой траектории? Зная возбуждающую функцию, сделав ее прогноз можно было бы спрогнозировать движение полюса, основываясь на физической модели явления. Однако, задача восстановления входного возбуждения принадлежит к классу некорректно поставленных обратных задач. Поскольку различные входные возбуждения способны вызвать движение по наблюдаемой траектории, необходимо задаться априорными предположениями. Кроме того, ошибки наблюдений, которые, хотя

и являются на сегодня незначительными, в прошлом были довольно существенными, они могут стать причиной сильных отклонений вычисленного возмущения от реального. Поэтому при решении задачи желательно использовать корректирующие процедуры. В разделе 2.4.4 рассмотрены методы решения некорректных задач с использованием регуляризации. Можно использовать также предложенный В.Л. Пантелеевым [33] метод корректирующей фильтрации.

Вопрос о поиске оптимального фильтра для вычисления возбуждающей функции по геодезическим наблюдениям траектории полюса был поставлен Джеффрисом [120],[129]. Как показано в разделе 3.5, движение полюса описывается уравнением

$$\frac{i}{\sigma_c} \frac{dm(t)}{dt} + m(t) = \chi(t), \quad (3.4)$$

где $\sigma_c = 2\pi F_c(1 + i/2Q)$. Будем использовать предложенные в [81] значения $F_c = 0.843$ цикла в год и $Q = 175$. Частотная характеристика системы задается выражением

$$L_1(f) = \frac{\sigma_c}{\sigma_c - 2\pi f}. \quad (3.5)$$

На рис. 3.36 представлена амлитудно-частотная (АЧХ) и фазово-частотная (ФЧХ) характеристики системы, задаваемые (3.5). Отчетливо виден резонанс на чандлеровской частоте. При переходе возбуждения из одной частотной полуплоскости в другую, разграниченную частотой $\sigma_c/2\pi$ фаза движения полюса меняется на π .

В работах [128],[110] Вилсоном предложен фильтр

$$\chi(t) = \frac{ie^{-i\pi F_c \Delta t}}{\sigma_c \Delta t} \left[m_{t+\frac{\Delta t}{2}} - e^{i\sigma_c \Delta t} m_{t-\frac{\Delta t}{2}} \right], \quad (3.6)$$

где Δt – интервал времени между равноотстоящими отсчетами наблюдений. Данный фильтр может быть выведен из общего решения (2.38) уравнения (3.4) при использовании приближенной формулы численного интегрирования трапеций

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} f(t)dt = \frac{\Delta t}{2} (f(t_0) + f(t_0 + \Delta t)), \quad (3.7)$$

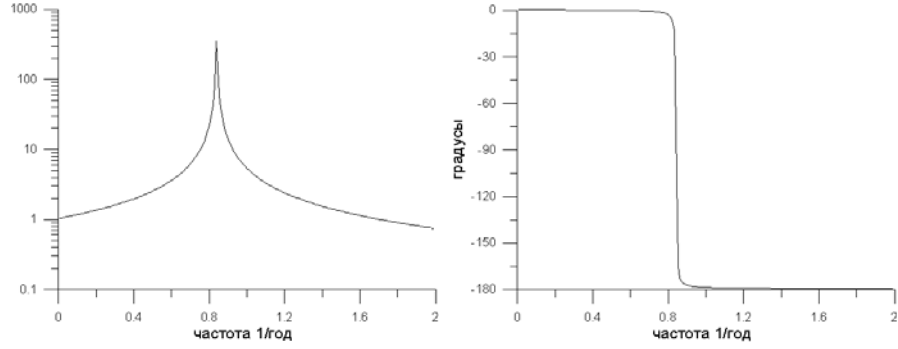


Рис. 3.36: АЧХ (слева) и ФЧХ (справа) динамической системы вращающейся Земли.

с усреднением двух соседних отсчетов возбуждения.

Обращение передаточной функции фильтра Вилсона может быть получено из (3.6) с использованием z-преобразования, оно аппроксимирует (3.5) и имеет вид

$$L_2(f) = \frac{-i\sigma_c \Delta t e^{i\pi(F_c - f)\Delta t}}{1 - e^{i(\sigma_c - 2\pi f)\Delta t}}. \quad (3.8)$$

Восстановление возбуждения с использованием (3.6) выполнено в интервале с 1900 по 2005 г. и представлено на рисунке 3.37. Видно, что до 60-х годов основной состав “возбуждения” определяют шумы. После того, как качество наблюдений улучшилось и появились данные реанализа NCEP/NCAR, стало ясно, что состав возбуждения в основном определяется атмосферными процессами.

Восстановление было выполнено также дифференцированием по трем точкам с использованием формулы

$$\dot{m}(t_0 + 2\Delta t) = \frac{1}{2\Delta t} (3m(t_0 + 2\Delta t) - 4m(t_0 + \Delta t) + m(t_0)),$$

и по пяти точкам, с использованием формулы

$$\dot{m}(t_0 + 4\Delta t) = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{m(t_0)}{4} - \frac{4}{3}m(t_0 + \Delta t) + 3m(t_0 + 2\Delta t) - 4m(t_0 + 3\Delta t) + \frac{25}{12}m(t_0 + 4\Delta t) \right).$$

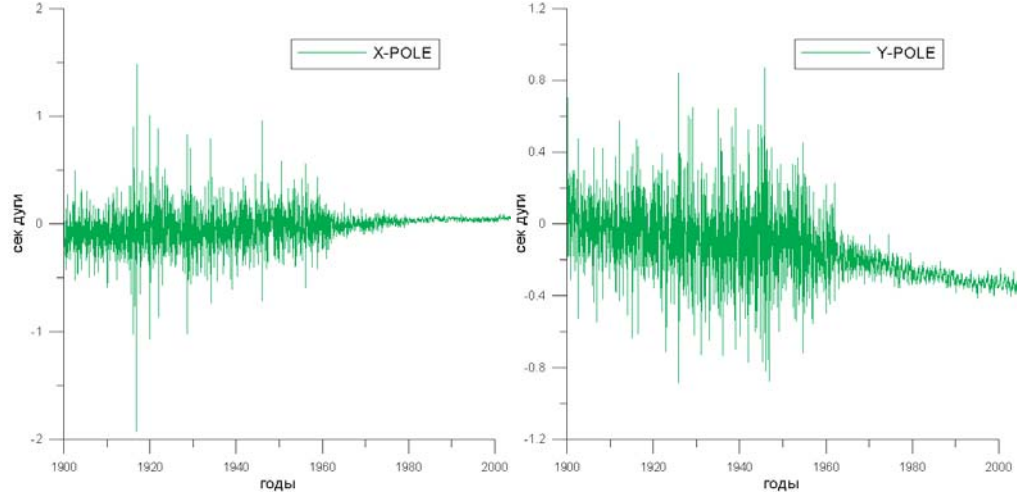


Рис. 3.37: Возбуждающие функции, восстановленные фильтром Вилсона.

Результат оказался незначительно отличающимся от представленного на рис. 3.37. Для сравнения было выполнено также восстановление возбуждающей функции делением на передаточную функцию в частотной области

$$\chi = F^{-1}(\hat{\chi}) = F^{-1} \left(\frac{\hat{m}}{W(i\omega)} \right),$$

где W определяется формулой (2.39). Результат вновь очень похож на изображенный на рис. 3.37, с тем отличием, что имелся краевой эффект на границах интервала.

Известно, что операция дифференцирования и Фурье-преобразования данных с шумами некорректны, Фильтр Вилсона также не подразумевает корректирующей операции, если не считать усреднения по двум отсчетам. В то же время, использование корректирующего сглаживания крайне желательно при решении обратных задач.

Регуляризирующее ядро для восстановления возбуждающей функции в простейшем предположении, что входной сигнал принадлежит L^2 , как показано в разделе 2.4.4 определяется формулой

$$K_{reg} = F^{-1} \left(\frac{\hat{K}'}{\hat{K}'\hat{K} + \alpha} \right).$$

Беря в качестве K импульсную характеристику (2.40), аналитически получаем для данного случая регуляризующую весовую функцию

$$h_{reg}(t, \alpha) = \frac{1}{\alpha\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \cos \frac{t}{\tau\sqrt{\alpha}}, \quad (3.9)$$

где α – параметр регуляризации, $\tau = i/\sigma_c$ – постоянная времени системы. Использование данного окна во временной области затруднительно. Регуляризующая операция была выполнена в частотной области, результат, полученный после перехода во временную область, представлен на рис. 3.38 для разных значений параметра регуляризации α .

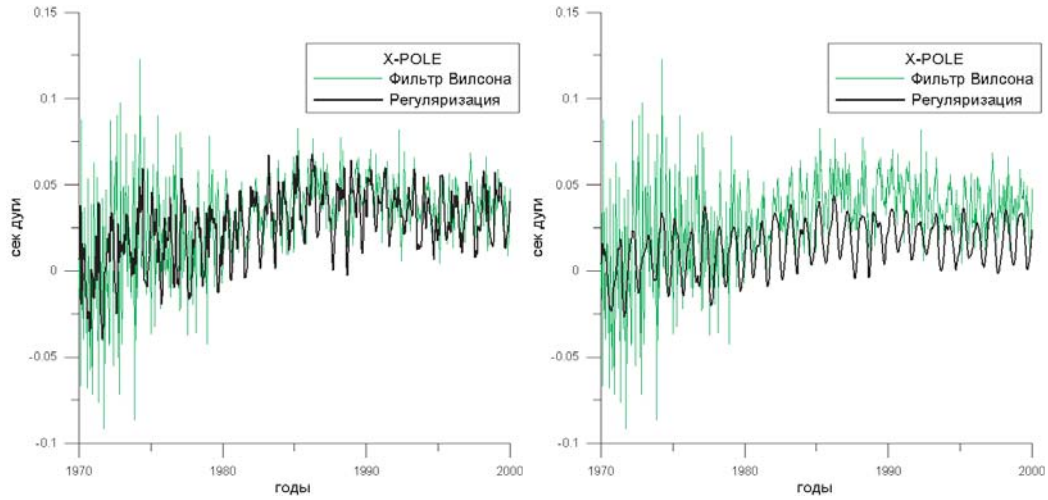


Рис. 3.38: X-компонента возбуждающей функции, восстановленная регуляризацией (слева $\alpha = 0.1$, справа $\alpha = 1$) и фильтром Вилсона.

Было выполнено восстановление составляющих возбуждающих функций для разных компонент, выделенных из наблюдений методом ССА ($L = 200$) по отдельности (см. раздел 3.4). На рисунках 3.39, 3.40, 3.41 представлены годовая, чандлеровская, и нерегулярная (соответствующая собственным числам с 6-го по 10) составляющие X-координаты полюса, разделенные методом ССА вместе с восстановленными с использованием (3.6) возбуждающими функциями, им соответствующими. Не приведен график тренда и соответствующего ему возбуждения, которое с ним практически

совпадает (для Y инвертируется знак), а также график шумовой компоненты, которая определяет большую часть дисперсии возбуждения на рис. (3.37) и резко уменьшается с 1970 г.

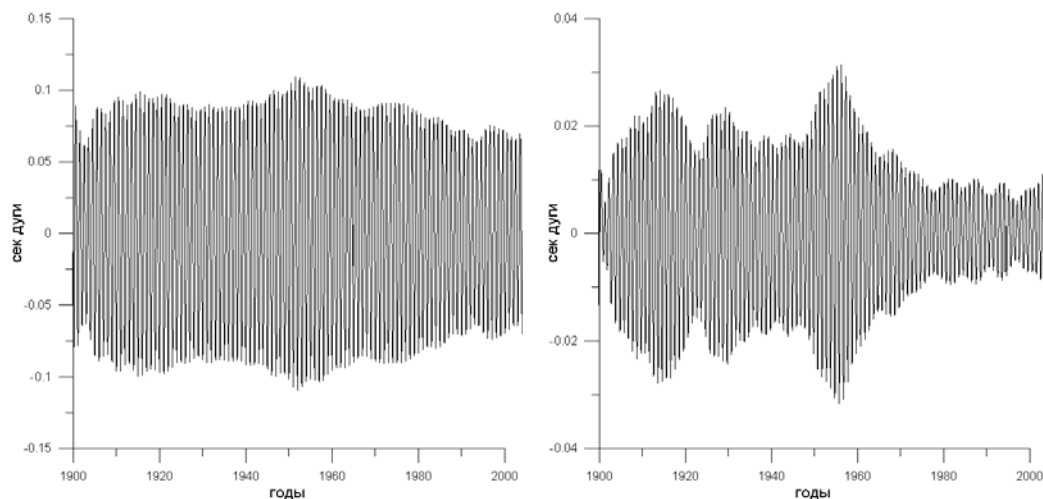


Рис. 3.39: Годовое колебание X-координаты полюса (слева) и соответствующая ему возбуждающая функция (справа).

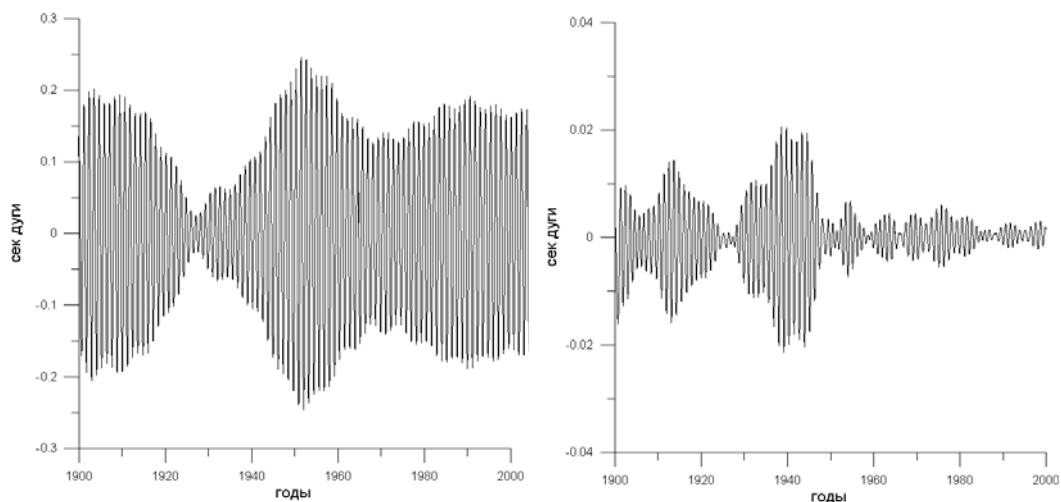


Рис. 3.40: Чандлеровское колебание X-координаты полюса (слева) и соответствующая ему возбуждающая функция (справа).

После того, как возбуждение восстановлено, нужно попытаться отыскать процессы, с которыми оно бы коррелировало. На рис.

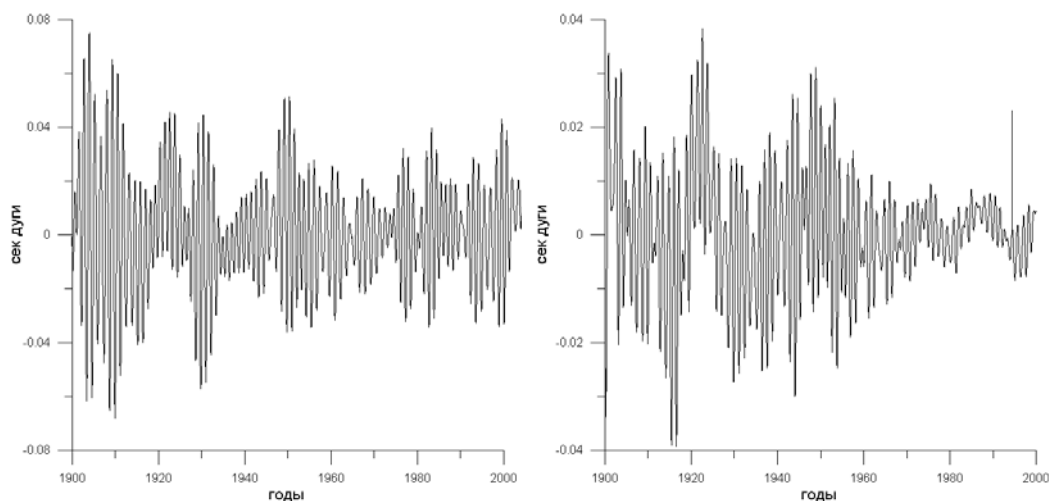


Рис. 3.41: Нерегулярное (соответствующее собственным числам с 6 по 10) колебание Х-координаты полюса (слева) и соответствующая ему возбуждающая функция (справа).

3.42 восстановленные компоненты возбуждения сопоставлены со сглаженными данными о землетрясениях, вычисленных по каталогу US-GS с использованием фильтра Пантелеева (3.3). Годовое колебание, как известно, обусловлено атмосферными процессами [130],[131], оно не коррелирует с сейсмичностью. Корреляция компоненты возбуждающей функции, соответствующей чандлеровскому колебанию с сейсмичностью на графике видна отчетливо. Можно заключить, что причина чандлеровского колебания, вероятно, также оказывает влияние на режим сейсмичности Земли (см. также раздел 3.3).

3.5.2 Прогнозирование возбуждающих функций

На следующем этапе был выполнен прогноз возбуждающей функции. Поскольку вклад в нее вносят АМИ, ОМИ, изменения уровня континентальных вод и другое, желателен учет этих факторов. Однако, в нашем распоряжении этих прогнозов не оказалось (их не удалось обнаружить в открытом доступе), и прогнозирование выполнялось методом ССА и НС, предложенным в разделе 3.4. Результаты представлены на рис. 3.43.

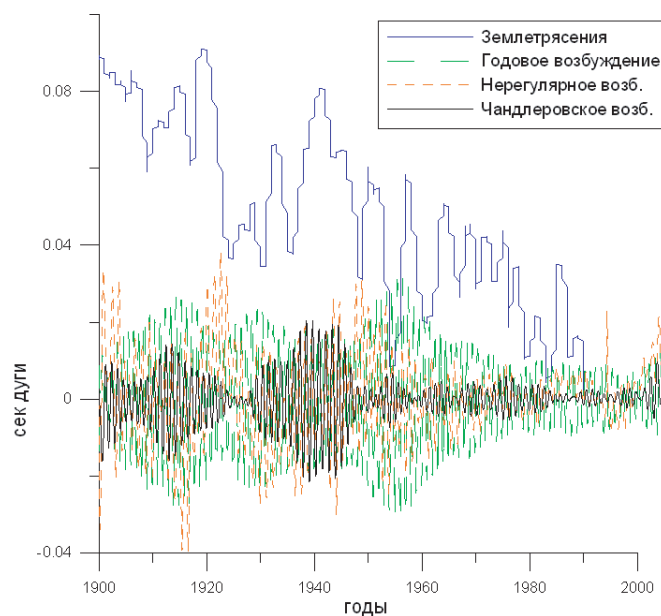


Рис. 3.42: Сопоставление X-компонент возбуждающей функции, и землетрясений.

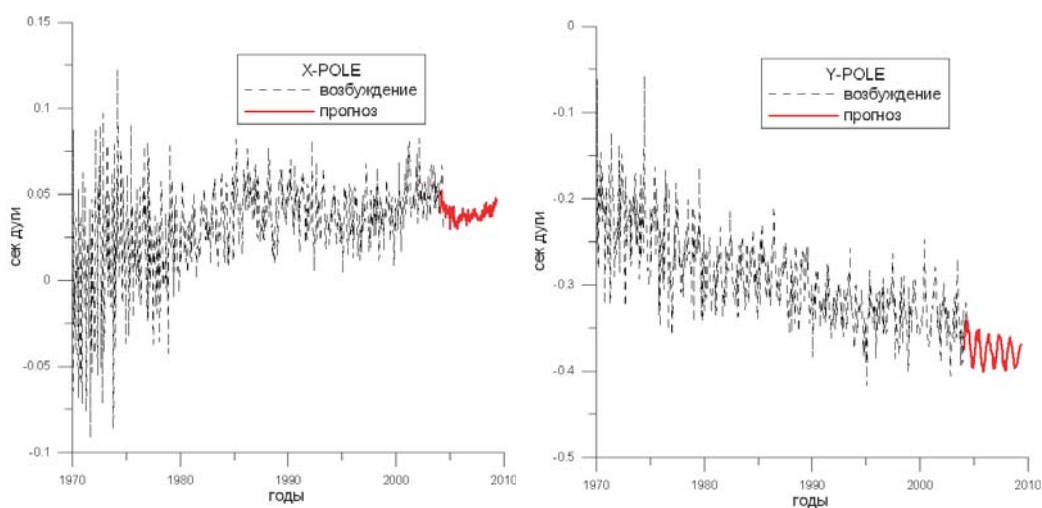


Рис. 3.43: Прогноз возбуждения для X-координаты (слева), и Y-координаты полюса (справа) методом ССА и НС.

3.5.3 Прогнозирование движения полюса фильтром Калмана

Восстановив возбуждающую функцию $\chi(t)$ и сделав ее прогноз можно воспользоваться записью динамической модели вращающейся Земли в терминах пространства состояний (2.42) и вычислить траекторию

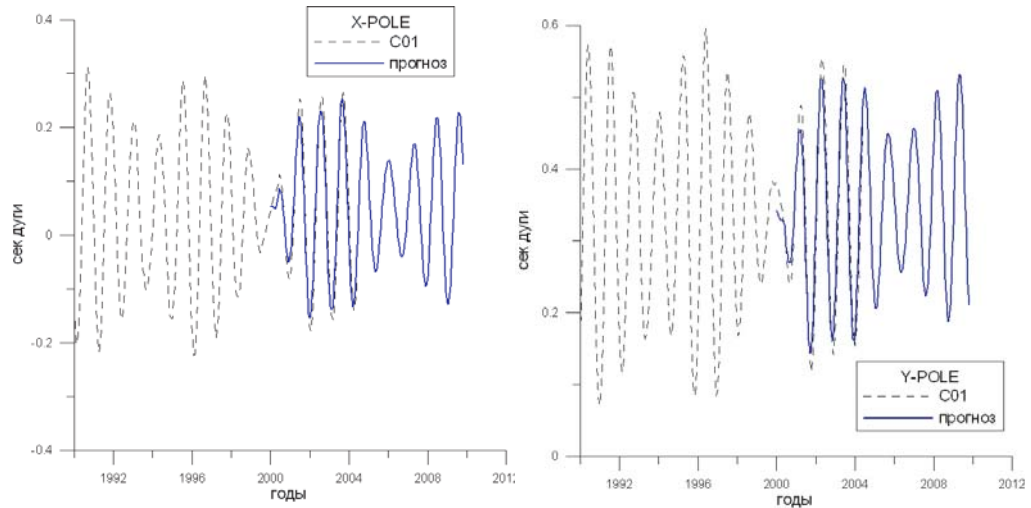


Рис. 3.44: Прогноз X-координаты (слева), и Y-координаты полюса (справа) фильтром Калмана.

движения полюса с использованием фильтра Калмана. При этом для учета возбуждения воспользуемся формулой численного интегрирования (3.7) или Симпсона

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} f(t)dt = \frac{\Delta t}{3} (f(t_0) + 4f(t_0 + \Delta t/2) + f(t_0 + \Delta t)).$$

Результаты пятилетнего прогноза представлены на рисунке 3.44. В случае, когда возбуждение известно, в подстройке под наблюдения нет необходимости и можно положить матрицу усиления в (2.41) равной нулю. Тем самым, по сути, используется лишь формирующий фильтр (2.42). Однако, поскольку прогнозы возбуждающей функции не очень точны, может быть задействована процедура фильтрации наблюдений. Уточнение траектории может проводиться по имеющимся в распоряжении данным, коррелированным с искомым прогнозным сигналом.

Заключение

*От счастья обалдев, тоскуя или ссорясь,
В один из рядовых, обыкновенных дней
Возьмите карандаш и напишите: "Совесть",
И вспомните, когда вы думали о ней.
Порою страшно так, что сердце замирает,
Но снова день за днем то каюсь, то грешу.
На дудочке кривой я знаю, кто играет,
И все-таки пляшу, под дудочку пляшу.
Жить надо высоко, душою звезд касаясь,
Поскольку этот мир лишь эпизод в судьбе.
Из пропасти земной, где правит ложь косая,
Возьми меня, Господь, возьми меня к Себе!
На что, на что, на что мы время тратим?
Куда, куда, куда мы мчимся, как в бреду?
С меня довольно. Надоело, хватит!
Остановите Землю, я сойду.
Леонид Дербенев*

Неравномерности в скорости вращения Земли и изменения положения оси вращения были обнаружены в конце XIX - начале XX в., благодаря появлению более точных методов наблюдений. С тех пор эти явления привлекают внимание астрономов и геофизиков, поскольку несут в себе информацию о процессах, происходящих в ближнем Космосе, в атмосфере, океанах и недрах Земли, являются уникальным сводным индексом этих процессов и позволяют судить о свойствах Земли. Следствием обнаружения неравномерности шкалы времени, связанной

с вращением Земли стало то, что задача измерения и хранения точного времени, с древности лежавшая в русле астрономии, перешла в русле ядерной физики. Надежда на ее возвращение может быть связана с созданием шкалы пульсарного времени [132].

Современная астрометрия и геодезия также не могут обойти вниманием проблем, связанных с особенностями вращения Земли, поскольку ПВЗ выступают параметрами преобразований между фундаментальными системами координат, а точность, необходимая при проведении астрометрических измерений, в космической навигации и глобальном позиционировании, очень высока. Развитие в XX в. таких средств наблюдений, как РСДБ, ЛЛЛ, ЛЛС, GPS, DORIS вывело точность наблюдений за вращением Земли на миллиметровый уровень, возникла необходимость в совершенствовании теорий.

В проведенном исследовании были рассмотрены тонкие эффекты, лежащие на пределе точности современных средств наблюдений за скоростью вращения планеты, и движением полюсов, которые не всегда удается моделировать современными теориями. Основное внимание сосредоточено на методах прогнозирования и восстановления возбуждающих функций по наблюдениям, при этом внимание уделено также поиску причин чандлеровского колебания полюса.

Математические методы, развивающиеся стремительными темпами вместе с развитием вычислительной техники, открывают удивительные перспективы перед исследователями. Развитие методов вейвлет-анализа, сингулярного спектрального анализа, нелинейного моделирования, нейронных сетей, популяционных методов оптимизации позволяют по-новому подойти к исследованию вращения Земли, получить новые результаты и сравнить их с полученными классическими методами Фурье-анализа, регрессионными статистическими методами, методами динамического моделирования. В работе предприняты попытки сравнения различных методов в аспекте их применимости к анализу и прогнозу рядов ПВЗ, сделаны предложения по их совместному использованию.

Особое внимание уделено динамическому моделированию, которое

служит для “описания потоков причинно-следственных связей из прошлого в будущее” [73]. Задачи восстановления воздействия, приводящего к наблюдаемой траектории объекта зачастую не имеют однозначного решения и являются некорректно поставленными. К этому классу относится и задача восстановления возбуждающих функций по наблюдениям, рассмотрению которой посвящен раздел 3.5. Предприняты попытки использования корректирующих сглаживающих процедур для решения этой задачи.

В ходе исследования перед нашим взором предстало множество вопросов, решение которых представляется интересным в будущем. Так, особо интересным может быть применение нелинейных регрессионных методов анализа к рядам ПВЗ, использование методов динамического моделирования нелинейных объектов для изучения вращения Земли, дальнейшая разработка корректирующих сглаживающих процедур для решения обратных задач с применением методов вейвлет-анализа. Возлагается надежда на новые точные данные, которые могут существенно помочь решению вопроса о природе чандлеровского колебания, уточнению моделей высокочастотных составляющих вариаций скорости вращения Земли и движения полюса, построению моделей свободной нутации ядра и многого другого.

Основные результаты работы

В результате выполненных исследований удалось установить

- наличие артефактов в оценках суточных и полусуточных составляющих вариаций ПВЗ, полученных по GPS наблюдениям;
- нецелесообразность введения эмпирических поправок в передаточные функции теорий нутации ZP2003 и MAC2000 с целью улучшения их согласия с наблюдениями;
- невозможность с достоверностью лучше 3σ выявить по имеющимся наблюдениям эффект во вращении Земли, вызванный землетрясением 24 декабря 2004 г. в Индийском регионе;

выдвинуты предположения

- о природе артефактов в высокочастотной области спектра рядов GPS-оценок ПВЗ;
- о том, что землетрясением 24 декабря 2004 г. в Индийском регионе было спровоцировано Лунно-Солнечным приливным воздействием;

предложено использовать

- метод для прогнозирования временных рядов, основанный на совместном использовании сингулярного спектрального анализа или вейвлет-анализа и нейронных сетей;
- окно, разработанное В.Л. Пантелеевым, обладающее свойствами вейвлет-функции, для непрерывного вейвлет-анализа;
- возможности человеческого уха по анализу звукового сигнала, преобразуя временные ряды в звуковые сигналы, находящиеся в диапазоне восприятия

сделаны выводы

- о важной роли для изучения внутрисуточных вариаций ПВЗ GPS-наблюдений, наряду с РСДБ-наблюдениями, увеличение числа которых крайне желательно;
- о необходимости совершенствования моделей нелинейных эффектов в теориях прецессии и нутации с целью улучшения их согласия с наблюдениями;
- о желательности использования корректирующих сглаживающих процедур при восстановлении возбуждающих функций по наблюдениям вращения Земли;

в работе также получены

- прогнозы движения полюса и скорости ее вращения с использованием АР, СКК, НС, предложенного метода прогноза и фильтра Калмана, исходя из которых следует ожидать достижения секундного рассогласования между шкалами времени UT1 и UTC в 2006 г. и уменьшения амплитуды чандлеровского колебания в 2010-2020 г.

Мне хотелось бы поблагодарить своих учителей, профессора Пантелеева В.Л., Пасынка С.Л., научного руководителя Жарова В.Е. Огромное спасибо моим друзьям и дорогой маме за помощь и поддержку.

Приложение А

Анализ сигналов с использованием аудио-программ

Для анализа временных рядов, например рядов ПВЗ, можно использовать программы компьютерной обработки звукового сигнала а также возможности человеческого уха, его уникальные динамические способности восприятия частотного состава сигнала, меняющегося во времени. Для этого вначале временные ряды должны быть приведены к виду с равноотстоящими отсчетами, для этого можно использовать интерполяцию, затем сигнал преобразуется в стандартный звуковой файл формата wav, содержащий набор отсчетов, средствами МАТ-LAB или специальной программой. После чего можно использовать возможности программных пакетов обработки звука, таких как Adobe Audition (CoolEdit). Этот пакет позволяет строить полный и скользящий спектр на основе БПФ, оценивать статистические свойства сигнала, осуществлять фильтрацию на основе БПФ, фильтров Баттерворта до 40 порядка, строить огибающую, удалять шум и т.п. Конечно, не все возможности программ, разработанные для обработки звука, могут быть полезны для исследования, но даже прослушивание сигнала может быть очень результативным. Для этого необходимо удачно переложить сигнал на воспринимаемые человеком частоты.

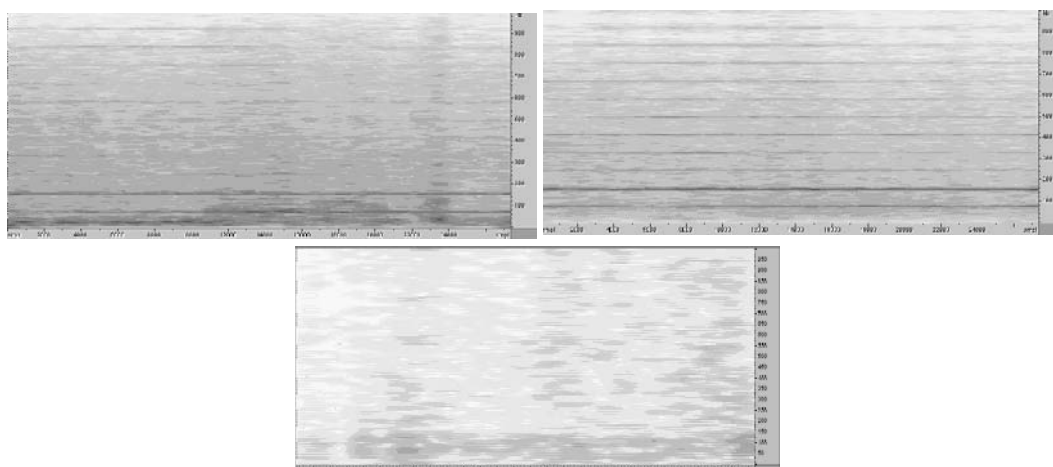


Рис. А.1: Скользящий спектр, полученный в программе CoolEdit на основе БПФ для UT1-UTC (слева) и X-координаты полюса (справа), полученных центром CODE (вверху), и UT1-UTC по РСДБ наблюдениям (внизу). По горизонтальной оси – отсчеты времени, по вертикальной – частоты.

Приложение В

Использованные сокращения

АКФ – Автоковариационная функция
АР – Авторегрессия
АРСС – Авторегрессия со скользящим средним
АЧХ – Амплитудно-частотная характеристика
БНСО – Барицентрическая небесная система отсчета
БПФ – Быстрое преобразование Фурье
ГНСК – Геоцентрическая небесная система координат
ГНСО – Геоцентрическая небесная система отсчета
ДОРИС – Доплеровская орбитографическая система
ЗЭН – Земное эфемеридное начало
ЛЛЛ – Лазерная локация Луны
ЛЛС – Лазерная локация спутников
МАГ – Международная ассоциация геодезии
МАО – Международное астрономическое общество
МАС – Международный астрономический союз
МБВ – Международное бюро времени
МГА – Международная геодезическая ассоциация
МЗСО – Международная земная система отсчета
МНСО – Международная небесная система отсчета
МИА – Момент импульса атмосферы
МИО – Момент импульса океана
МНК – Метод наименьших квадратов
МОМ – Международный опорный меридиан

МСВЗ – Международная служба вращения Земли
МСГГ – Международный союз геодезии и геофизики
МСДП – Международная служба движения полюса
МСШ – Международная служба широты
МЭП – Международный эфемеридный полюс
НН – Невращающееся начало
НПН – Небесное промежуточное начало
НС - Нейросная сеть
НЭН – Небесное эфемеридное начало
ОТО – Общая теория относительности
ПВЗ – Параметры вращения Земли
ПС – Продолжительность суток
РСДБ – Радионинерферометрия со сверхдлинной базой
СГП – Система глобального позиционирования
СКК – Средняя квадратическая коллокация
СЛЛ – Служба лазерной локации
СНЯ – Свободная нутация ядра
СО – Система отсчета
СС – Скользящее среднее
УВЗ – Угол вращения Земли
ФЧХ – Фазово-частотная характеристика



Гиппарх



Эратосфен



Гипатия



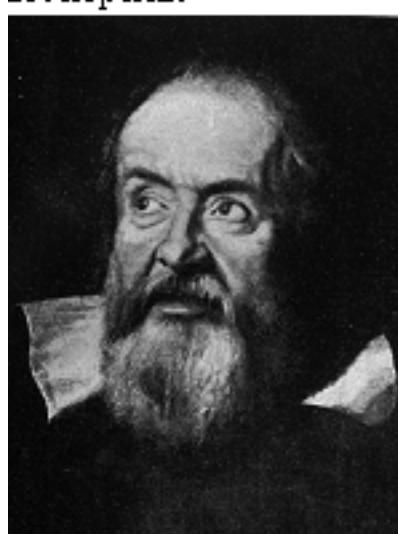
Коперник



Птолемей



Кеплер



Галелей



Ньютон



Брадлей



Лапалас



Гаусс



Эйлер



Скиапарелли



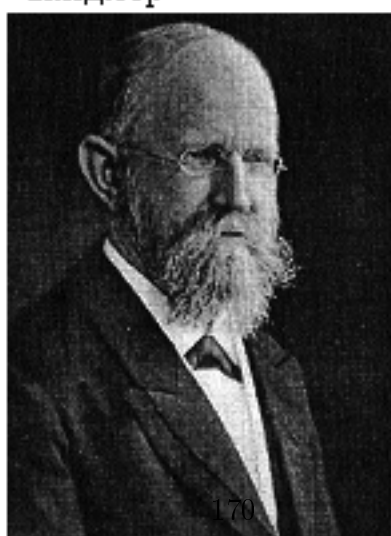
Чандлер



Ньюкомб



Альбрехт



Хельмерт



Кимура

Список литературы

- [1] Dehant V., Barriot J.P, Paetzold M. HeRS: A hermean radiosciences experiment, to study the deep interior and the lithosphere of Mercury.// Brown-Vernadsky conference, Moscow, 2004
- [2] Yseboodt M., Barriot J.P., Dehant V., Rosenblatt P. Uncertainties on Mars interior parameters deduced from orientation parameters using different radiolinks: analytical simulations.// Brown-Vernadsky conference, Moscow, 2004
- [3] Gudkova T.V., Zharkov V.N. Excitation of free oscillations on Mars.// Brown-Vernadsky conference, Moscow, 2004
- [4] Zharkov V.N. and Sobisevich A. L. Moments of inertia and period of the Chandler wobble for two and three layer models of Galilean satellite Io.// Brown-Vernadsky conference, Moscow, 2004
- [5] Rezaei V. On the precession of the isolated pulsar PSR B1828-11 A time-varying magnetic field.// A&A 399, 659–662, 2003
- [6] Konacki M., Wolszczan A., Stairs I. Geodetic precession and timing of the relativistic binary pulsars PSR B1534+12 and PSR B1913+16.// The Astrophysical Journal, 589:495–502, 2003 May 20
- [7] Сидоренков Н. С. Физика неустойчивостей вращения Земли. Физматлит, М., 2002
- [8] Мориц Г., Мюллер А. Вращение Земли: теория и наблюдения. Киев, Наукова думка, 1992

- [9] Молоденский М.С. Избранные труды. Наука, М., 2001
- [10] Манк У., Макдональд Г. Вращение Земли. М., Мир, 1964
- [11] Томпсон А.Р., Иоран Д.М., Свенсон Д.У. Интерферометрия и синтез в радиоастрономии. М., Физматлит, 2003
- [12] Malkin Z. SLR contribution to investigation of polar motion. // ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 267
- [13] Kuzin S.P., Sorokin N.A., Tatevian S.K. On the use of doris data for determination of the EOP and geocenter motion. // Proceedings of Journees 2003, "Astrometry, geodynamics and solar system dynamics: from milliarseconds to microarcseconds", IAA of RAS, St. Petersburg, Russia, ed. by A.Finkilstein and N. Capitaine, September 22-25, 2003, p.189.
- [14] Одуан К. Гино Б. Измерение времени. Основы GPS. М., Техносфера, 2002
- [15] IERS Annual Report 2002. BKG, Frankfurt am Main, 2003
- [16] Percival D.B. Wavelet methods for time series analysis. Cambridge univ. press, 2000
- [17] Mallat S. A wavelet tour of signal processing. San Diego, Acad. press, 2001
- [18] Priestley M.B. Non-linear and non-stationary time series analysis. London, Academic press, 1988
- [19] Howell T. Non-linear time series: A dynamical system approach. Oxford, 2004
- [20] Artificial neural nets and genetic algorithms. Wein, Springer, 2003
- [21] Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. М., Мир, 1975

- [22] Витязев В.В. Вейвлет-анализ временных рядов. С-Петербургский Университет, 2001
- [23] Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. Москва-Ижевск, РХД, 2004
- [24] Чуи К., Введение в Вейвлеты, М., Мир, 2001
- [25] Голяндина Н.Э. Метод “Гусеница-SSA”: прогноз временных рядов. СПб., ВВМ, 2004
- [26] Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. М., Финансы и статистика, 2004
- [27] Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М., МИР, 1990
- [28] Percival D.B. Spectral analysis for physical applications. Cambridge univ. press, 1993
- [29] Лукаш Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов, М., Финансы и статистика, 2003
- [30] Кей С. М., Марпл С.Л. Современные методы спектрального анализа.// ТИНЭР, т. 69, No 11, 1981, с. 5
- [31] Кендалл М. Стьюарт А. Статистические выводы и связи. М., Наука, 1973
- [32] Арато М. Линейные стохастические системы с постоянными коэффициентами. М., Наука, 1989
- [33] Пантелеев В.Л. Основы морской гравиметрии. М., Недра, 1983
- [34] Губанов В.С. Обобщенный метод наименьших квадратов. СПб., Наука, 1997
- [35] Kovalevsky J. Fundamentals of astrometry. Cambridge University press, 2004

- [36] IERS Conventions 2003. Verlag des Bundesamts fur Kartographie und Geodasie, Frankfurt am Main, 2004
- [37] Rothacher M., Beutler G., Weber R., Hefty J., High-frequency variations in Earth rotation from Global Positioning System data. // Journal of geophysical research Vol. 106 No. B7, P. 13,711-13,738, July 10, 2001
- [38] Herring Th.A., Dong D. Measurement of diurnal and semidiurnal rotation variations and tidal parameters of Earth. // Journal of geophysical research Vol. 99 No B9, september 10, 1994, P. 18,051-18,071
- [39] Malkin Z. Terentev D. Investigation of the parameters of the free core nutation from VLBI data. Communications of the IAA RAS, No 149, 2003
- [40] Yatskiv Y. Chandler Motion Observations. // ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 383
- [41] Mathews P.M., Herring T.A., Buffet B.A. Modeling of nutation and precession: New nutation series for nonrigid Earth and insights into the Earth's interior // J. Geophys. Res., 2002. V. 107. NO. B4. P.10.1029/2000JB000390.
- [42] Пасынок С.Л. МАС2000: Сравнение с РСДБ наблюдениями и другими теориями нутации. // Тезисы докладов международной конференции "Астрометрия, геодинамика и динамика Солнечной системы: от миллисекунд дуги к микросекундам", ИПА РАН, С. Петербург, Россия, 22-25 сентября 2003, стр. 53.
- [43] Русинов Ю.Л. Прогнозирование параметров вращения Земли методом средней квадратической коллокации. Сообщения ИПА РАН, СПб., No 116, 1998
- [44] Берри А. Краткая история астрономии. М., 1904
- [45] Плутарх. Избранные биографии. М.-Л., Огиз-Соцэкгиз, 1941
- [46] Аристотель. Сочинения в 4-х томах. М., Мысль, 1984

- [47] Лейзер Д. Создавая картину Вселенной. М., Мир, 1988
- [48] Бронштэн В.А. Клавдий Птолемей. М., Наука, 1988
- [49] Птолемей К. Альмагест или Матеметическое сочинение в тринадцати книгах. М., Наука, 1998
- [50] Галилей Г. Диалог о двух системах мира: птолемеевой и коперниковой. М.-Л., Гостехиздат, 1948
- [51] Лаплас П.С. Изложение систем мира. Л., Наука, 1982
- [52] Воронцов-Вельяминов Б.А. Лаплас. М., Наука, 1985
- [53] Андуйе. Вращение Земли.// Успехи астрономических наук, вып. V, 1934, с.3
- [54] Пуанкаре А. Избранные труды в 3-х томах. М., Наука 1971
- [55] Abalkin V.K. On Leonard Euler's contribution to the theory of precession and nutation.// Astronomical society of the pacific (ASP) conference series "Polar motion historical and scientific problems" Vol. 208., 2000, P.27
- [56] Verdun A., Beutler G. Early observational evidence of polar motion.// Astronomical society of the pacific (ASP) conference series "Polar motion historical and scientific problems" Vol. 208., 2000, P.27
- [57] Ma C., MacMillan D.S. VLBI observations of Earth rotation.// Astronomical society of the pacific conference series Vol. 208. Polar motion historical and scientific problems, 2000, P. 67
- [58] Brosche P. Kustner's observations of 1884-85: the turning point in the empirical establishment of polar motion.// Astronomical society of the pacific conference series "Polar motion historical and scientific problems" Vol. 208., 2000, P.101

- [59] Carter M.S., Carter W.E. Setho Carlo Chandler Jr.: the discovery of variation of latitude.// Astronomical society of the pacific (ASP) conference series “Polar motion historical and scientific problems” Vol. 208., 2000, P.109
- [60] Newcomb S., On the dynamics of the Earth’s rotation? eith respect to the periodic variations of latitude.// Astronomical Journal, No 248, P.336, March 1892
- [61] Ehgamberdiev S.A., Eshonkulov S.K., Litvinenko E.A., Kitab as one of the five stations of the ILS: History and Present.// Astronomical society of the pacific conference series Vol. 208. Polar motion historical and scientific problems, 2000, P.163
- [62] Yokoyama K., Manabe S., Sakai S. History of the International Polar Motion Service/International Latitude Service.// Astronomical society of the pacific (ASP) conference series “Polar motion historical and scientific problems” Vol. 208., 2000, P.147
- [63] Proverbio E. The period of organization of the International Latitude Service: 1889-1999.// ASP conference series, Vol. 208., 2000, P.123
- [64] Wilkins G.A. Project MERIT and the formation of the International Earth Rotation Service.// ASP conference series, Vol. 208., 2000, P.187
- [65] Ma C., MacMillan D.S. VLBI observations of Earth rotation.// ASP conference series, Vol. 208., 2000, P. 251
- [66] Alef W. A Review of VLBI Instrumentation.// Proceedings of the 7th European VLBI Network Symposium, October 12th-15th 2004, Toledo, Spain. astro-ph/0412294
- [67] Илясов Ю.П., Кузьмин А.Д., Шабанова Т.В., Шитов Ю.П. Пульсарная шкала времени. //Труды ФИАН, т. 99, 1989
- [68] Barlier F. The European Project GALILEO.// Journees Luxembourgeoises de Geodynamique (JLG) 90th Nov, 4th to 6th 2002, http://www.ecgs.lu/pdf/jlg90/JLG90_Barlier.pdf

- [69] Allan W. The Allan Variance. www.allanstime.com/AllanVariance/
- [70] [http //ftp.aer.com/pub/anon _collaborations/sba/](http://ftp.aer.com/pub/anon_collaborations/sba/)
- [71] [http //www.seismology.harvard.edu/data/](http://www.seismology.harvard.edu/data/)
- [72] Bizouard Ch., Folgueirra M., Souchay J. Comparison of the short periodic rigid Earth nutation series.// ASP conference series, Vol. 208., 2000, P.613
- [73] Калман Р., Фолб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М., УРСС, 2004
- [74] Bremaud Pierre. Mathematical principles of signal processing : Fourier and wavelet analysis. New York, Springer, 2002
- [75] Серебрянников Гармонический анализ. М-Л, Гостехиздат, 1948
- [76] Голяндина Н.Э.Метод “Гусеница-SSA”: анализ временных рядов. СПб., ВВМ, 2004
- [77] Ulrych Tad.J. Maximum entropy spectral analysis and autoregressive decomposition.// Reviews of geophysics and space physics, Vol. 13, No 1, february 1975, P. 183
- [78] Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. М., Мир, 1976
- [79] Кэндалл М., Стьюарт А., Статистические выводы и связи. М., Наука, 1973
- [80] Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М., УРСС, 1998
- [81] Wilson R.W., Vicente R. Maximum likelihood estimates of polar motion parametrs.// American Geophysical Union Geophysical Monograph 59 “Variations in Earth Rotation”, 1990
- [82] Тихонов А.Н., Леонов А.С., Ягола А.Г. Нелинейные некорректные задачи. М., Физматлит, 1995

- [83] Гончарский А.В., Черепашук А.М., Ягола А.Г. Некорректные задачи астрофизики. М., Наука, 1985
- [84] Гончарский А.В., Черепашук А.М., Ягола А.Г. Численные методы решения обратных задач астрофизики. М., Наука, 1978
- [85] Weber R., Rothacher M., Beutler G. Contribution of the GPS to monitor Earth orientation parameters.// IERS TN No 28 "High frequency to subseasonal variations in Earth Rotation", Observatoire de Paris, September 2000, p.43
- [86] Weber R., Rothacher M. The quality of sub-daily polar motion estimates based on GPS observations.// ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 527
- [87] Gross R.S. The effect of ocean tides on the Earth's rotation as predicted by the results of an ocean tide model.// Geophys. Res. Lett., 1993, V.20, P.293-296.
- [88] Chao B.F., Ray R.D., Gipson J.M., Egbert G.D., Ma C. Diurnal/semidiurnal polar motion excited by oceanic tidal angular momentum.// J. Geophys. Res., 1996, V. 101, P. 20151-20136
- [89] Ray R.D., Steinberg D.J., Chao B.F., Cartwright D.E. Diurnal and semidiurnal variations in the Earth's rotation rate induced by oceanic tides.// Science, 1994, V.264, P. 830-832
- [90] Brzezinski A. High frequency atmospheric excitation of Earth rotation. // IERS TN No 28 "High frequency to subseasonal variations in Earth Rotation", Observatoire de Paris, September 2000, p.53
- [91] Zharov V.E. Gambis D. Bizouard Ch. Diurnal and sub-diurnal variations of the Earth rotation.// IERS TN No 28 "High frequency to subseasonal variations in Earth Rotation", Observatoire de Paris, September 2000
- [92] Мельхиор П. Физика и динамика планет. М., Мир, 1975

- [93] Beutler G., Rothacher M., Kouba J., Weber R. Polar motion with daily and sub-daily time resolution.// ASP Conference Series, Vol. 208 2000, P. 513
- [94] Titov O. Schuh H. Short period in Earth rotation seen in VLBI data analysed by the least-squares collocation method.// IERS TN No 28 "High frequency to subseasonal variations in Earth Rotation", Observatoire de Paris, September 2000
- [95] Titov O.A., Estimation of the subdiurnal UT1-UTC variations by least squares collocation method. 1996, <http://astro.pu.ru/PAPERS/colloc.zip>
- [96] Arfa-Kaboodvand A., Groten E., Varga P., Zavoti J. Interpretation of high frequency polar motion and length of day variations. IERS TN No 28 "High frequency to subseasonal variations in Earth Rotation", Observatoire de Paris, September 2000, p.53
- [97] Жаров В.Е., Пасынок С.Л. Теория нутации неупругой Земли. // Астрономический журнал, 2001, том 78, №11, стр.1034-1048
- [98] Pasynok S.L. IAU2000: Comparison with VLBI observations and other nutation theories.// Proceedings of Journées 2003, "Astrometry, geodynamics and solar system dynamics: from milliarseconds to microarcseconds", IAA of RAS, St. Petersburg, Russia, ed. by A.Finkelstein and N. Capitaine, September 22-25, 2003, p.176-181.
- [99] Titov O., Zarraoa N. OCCAM5.0: Users Guide.
- [100] Форсайт Дж. Малькольм М. и др. Машинные методы математических вычислений. М., 1980
- [101] Пантелеев В.Л., Булычев А.А. Измерение силы тяжести на подвижном основании. М., 2003
- [102] Chao B. F., Gross R. S. Changes in the Earth's rotation and low-degree gravitational field induced by earthquakes. // Geophys J.R. astr. Soc., 1987, Vol. 91, P. 569-596

- [103] Chao B. F., Gross R. S. Coseismic excitation of the Earth's polar motion.// ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 355
- [104] Martini D., Mursula K., Kormendi A. Possible planetary excitation of earthquakes. // Acta Geod. Geoph. Hung., 2004, Vol. 39(4), p. 439-446
- [105] Anderson D.L. Earthquakes and the rotation of the Earth.// Nature, October 1974, Vol. 4, P. 49.
- [106] Dickman S.R. Tectonic and cryospheric excitation of the Chandler wobble and a brief review of the secular motion of Earth's rotation pole. The quality of sub-daily polar motion estimates based on GPS observations.// ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 421
- [107] Сидоренков Н. С. Атмосферные процессы и вращение Земли. Сидрометеиздат, СПб., 2002.
- [108] http://earthquake.usgs.gov/eqinthenews/2004/usslav/neic_slav_faq.html
- [109] Ohtake M. Nakahara H. Seasonality of Great Earthquake Occurrence at the Northwestern Margin of the Philippine Sea Plate. // Pure appl. geophys., 1999, Vol. 155, P. 689-700
- [110] Wilson R.W. Excitation of polar motion.// ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 411
- [111] Schuh H., Richter B., Nagel S. Analysis of long time series of polar motion.// ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 321
- [112] Сидоренков Н.С. Нестабильность вращения Земли.// Вестник РАН, том 74, No 8, 2004, с. 701
- [113] Vondrak J., Ron C. Survey of observational techniques and Hipparcos reanalysis.// Proceedings of IAU colloquium 178, ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 239
- [114] McCarthy D. Polar motion – an overview.// Proceedings of IAU colloquium 178, ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 223

- [115] Kolaczek B. Kosek W. Schuh H. Short-period oscillations of Earth rotation.// Proceedings of IAU colloquium 178, ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 533
- [116] Gambis D. Monitoring Earth orientation using space-geodetic techniques: state-of-the-art and prospective.// Journal of Geodesy, Vol. 78, No 4-5., November 2004, P. 295.
- [117] Ray R. D., Beckley B. D. Simultaneous ocean wave measurements by the Jason and Topex satellites, with buoy and model comparisons.// Marine Geodesy, No. 26, P. 367-382. 2003.
- [118] Vicente R., Wilson C. On long-period polar motion.// Journal of Geodesy, Vol. 76, No. 4, April 2002
- [119] Poma A. The Markowitz wobble.// ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 351
- [120] Jeffreys H. The variation of latitude.// Monthly notices Royal Astronomical Society, No 100 Jan 1940 P. 139
- [121] Авсюк Ю.Н. Приливные силы и природные процессы. М, ОСИФЗ РАН, 1996
- [122] Malkin Z. Skurikhina E. On prediction of EOP. Communications of the IAA RAS, No 93, 1996
- [123] Kosek W., Kalarus M., Time-frequency analysis and prediction of polar motion radius and angular motion.// Artificial satellites, Vol 38., No 2-2003, P. 41
- [124] Kosek W., Polar motion prediction by different methods in polar coordinate.// Proceedings of Journees 2002, "Astrometry from ground and from space", Bucharest, 25-28 September, 2002, p.125.
- [125] Schuh H., Ulrich M., Egger D., Muller J., Schwegmann W. Prediction of Earth orientation parameters by artificial neural networks.// Journal of Geodesy, Vol. 76, 2002, P. 247-258

- [126] Akyilmaz O., Kutterer H. Prediction of Earth rotation parameters by fuzzy inference systems.// Journal of Geodesy, Vol. 78, 2004, P. 82-93
- [127] Malkin Z. On estimate of real accuracy of EOP prediction.// ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 505
- [128] Wilson R.W., Chen J. Discrete polar motion equations for high frequencies// Journal of Geodesy, Vol. 70, No 9, P. 581, 1996
- [129] Джеффрис Г. Земля, ее происхождение, история и строение. М., Изд. иностр. лит-ры. 1960
- [130] Salstein D. A. Atmospheric mass and motion signals in the Earth's orientation and other properties.// Journées Luxembourgeoises de Géodynamique (JLG) 90th (Nov, 4th to 6th 2002), www.ecgs.lu/pdf/jlg90/jlg90_Salstein.pdf
- [131] Salstein D. Atmospheric excitation of polar motion.// ASP Conference Series, Vol. 208, 2000, P. 437
- [132] Ilyasov Y.P., Rodin A.E. Pulsar astrometry: state of the art and prospects. // Proceedings of Journées 2003, "Astrometry, geodynamics and solar system dynamics: from milliarseconds to microarcseconds", IAA of RAS, St. Petersburg, Russia, ed. by A.Finkelstein and N. Capitaine, September 22-25, 2003, P. 47