



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. М.В. ЛОМОНОСОВА

Физический факультет

На правах рукописи
УДК 534.2

СИНИЛО Татьяна Викторовна

**ГЕНЕРАЦИЯ СДВИГОВЫХ ВОЛН И НАГРЕВАНИЕ
ФАНТОМОВ БИОТКАНИ ИНТЕНСИВНЫМ
ФОКУСИРОВАННЫМ УЛЬТРАЗВУКОМ**

01.04.06 – акустика

Диссертация
на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ:
Кандидат физ. - мат. наук
О.А. САПОЖНИКОВ

МОСКВА 2004

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Глава 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ	16
§ 1.1. ТЕПЛОВОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ УЛЬТРАЗВУКА	16
§ 1.2. ВИЗУАЛИЗАЦИЯ МЕДИЦИНСКОГО СОСТОЯНИЯ БИОЛОГИЧЕСКОЙ ТКАНИ ПО СДВИГОВОМУ МОДУЛЮ	20
§ 1.3. ОПИСАНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ ФОКУСИРУЮЩЕГО ИСТОЧНИКА	24
Глава 2. ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ СРЕДЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ УЛЬТРАЗВУКОВОГО НАГРЕВА	31
§2.1. ИЗМЕРЕНИЕ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ АКУСТИЧЕСКОГО НАГРЕВА. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА	34
2.1.1. Измерение нагрева	34
2.1.2. Оптическая визуализация нагрева	37
§2.2. ИЗМЕРЕНИЕ СРЕДНЕЙ АКУСТИЧЕСКОЙ МОЩНОСТИ ВОЛНЫ. ВЫБОР РЕЖИМОВ ИЗЛУЧЕНИЯ	39
2.2.1. Экспериментальная установка	40
2.2.2. Режимы излучения. Формы акустической волны в фокусе излучателя	43
2.2.3. Зависимость средней акустической мощности фокусированного пучка от расстояния	45
§2.3. ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ НАГРЕВА СРЕДЫ НЕЛИНЕЙНЫМ УЛЬТРАЗВУКОВЫМ ПУЧКОМ: ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ	49
§2.4. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ И ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУР	57
§2.5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ	61
§2.6. ВЫВОДЫ ГЛАВЫ 2	63
Глава 3. ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ СРЕДЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГЕНЕРАЦИИ СДВИГОВЫХ ВОЛН ПРИ ПОГЛОЩЕНИИ УЛЬТРАЗВУКА	64
§ 3.1. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ	67
§ 3.2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ	68
§ 3.3. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НАБЛЮДАЕМЫХ ЭФФЕКТОВ	74
§ 3.4. ВЫВОДЫ ГЛАВЫ 3	78

Глава 4. АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ СИЛЬНО ФОКУСИРУЮЩЕГО ИСТОЧНИКА ПРИ УЧЕТЕ ДИФРАКЦИИ НА ВОГНУТОЙ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ	80
§ 4.1. ОПИСАНИЕ МЕТОДА СРАЩИВАЕМЫХ РАЗЛОЖЕНИЙ	81
§ 4.2. ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ СФЕРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ БЕССЕЛЯ, НЕЙМАНА И ХАНКЕЛЯ...	90
§ 4.3. ПЕРЕНОРМИРОВКА СФЕРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ	92
§ 4.4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ.....	93
§ 4.5. ВЫВОДЫ ГЛАВЫ 4.....	101
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	102
Приложение 1. ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ИМПЕДАНСА ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ.....	104
Приложение 2. ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩЕНИЯ ЖЕЛАТИНА.....	108
ЛИТЕРАТУРА	111

ВВЕДЕНИЕ

Последние несколько десятков лет ультразвуковые методы, благодаря возможности сильной фокусировки и достижения высоких интенсивностей в локальной области пространства, получают все более широкое распространение в медицине [1]. Впервые воздействие интенсивных акустических волн на живые организмы было обнаружено Ланжевенном при испытании сонаров еще в 1917 году. Большое количество новейших разработок излучающих систем, создающих акустические поля различной пространственной конфигурации с очень широким диапазоном интенсивностей, позволяет применять ультразвуковое излучение как в целях диагностики, так и для терапии и даже хирургии мягких биологических тканей.

Применение акустических волн основано на нескольких физических явлениях, происходящих в среде при распространении звука, что схематически проиллюстрировано на рис. 1. По мере распространения энергия волны уменьшается, во-первых, за счет поглощения, что приводит к нагреву среды. В основном это используется в медицине в терапевтических и хирургических целях [1, 2, 3].

Во-вторых, энергия волны убывает за счет рассеяния, или иначе говоря, отражения от внутренних микро- и макронеоднородностей. Это явление применяется в дефектоскопии, гидролокации, а также в медицине для визуализации внутренних органов при диагностике заболеваний [4].

В-третьих, оба эти процесса сопровождаются передачей части импульса волны среде распространения, в результате происходит смещение одних слоев среды относительно других, что приводит в жидкостях и газах к образованию течений [5, 6], а в твердых и резиноподобных телах - к генерации волны сдвига [7, 8]. Большей частью это явление находит свое применение при исследованиях среды на наличие неоднородностей сдвигового модуля, в частности, в медицине, для ранней диагностики раковых образований в мягких тканях [9, 10, 11, 12].

В-четвертых, при распространении в биологических тканях ультразвук малой интенсивности воздействует на клетки живого организма, увеличивая



Рис. 1. Схематическая иллюстрация основных направлений медицинского применения фокусированного ультразвука и связанных с ними вопросов, исследуемых в диссертационной работе

проводимость клеточных мембран (что используется для локализации химеотерапевтического воздействия или УЗ интенсификации транспорта лекарств [13, 14]), и при определенных условиях способствует повышению иммунитета (терапия раковых образований на кожных покровах [15]).

Кроме того, распространение мощной акустической волны часто сопровождается ростом и схлопыванием парогазовых пузырьков - явление кавитации. Это явление лежит в основе таких технологических процессов, как ультразвуковая очистка поверхностей материалов, диспергирование жидкостей,

доставка лекарств [16], является одним из механизмов разрушения почечных камней. Так же, кавитация в ряде случаев оказывается побочным эффектом и приводит к неблагоприятному воздействию на среду, например, неконтролируемым образом изменяет степень акустического нагрева биологической ткани, в некоторых случаях существенным образом деформируя и перемещая саму область нагрева [17]. При определенных условиях такой рост и схлопывание парогазовых пузырьков может даже привести к механическому разрушению мягких биологических тканей [18, 19].

Использование акустических волн в медицинских приложениях дало толчок к дальнейшему развитию нелинейной акустики, благодаря появлению и широкому применению фокусированных ультразвуковых пучков высокой интенсивности. Основные физические преимущества практического использования мощных акустических волн можно представить в двух аспектах.

Во-первых, это возможность создания сильно фокусированных пучков с очень высокой интенсивностью в фокальной области и, как следствие, обеспечение хорошей локализации обрабатываемой или исследуемой области пространства.

Во-вторых, преимуществом является то, что любая среда для акустических волн является в большей или меньшей степени нелинейной, степень проявления нелинейности зависит от частоты, амплитуды и формы волнового профиля. Это позволяет при определенных условиях расширять спектр участвующих в работе частот в область более высоких значений за счет генерации гармоник основной частоты в области пространства, где амплитуда волны велика, и поэтому особенно сильно проявляется эффект нелинейного взаимодействия.

В прикладной акустике это дает возможность повысить разрешающую способность акустических визуализирующих систем за счет приема высших гармоник основного сигнала, генерируемых в области больших амплитуд (как правило, это фокальная область излучающей системы) [20, 21, 22, 23, 24, 25], а также при необходимости позволяет локально управлять интенсивностью

процессов, таких как, например, кавитация или нагрев, который увеличивается за счет более эффективного поглощения высоких частот.

АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ

Перечисленные выше достоинства мощного ультразвука таят в себе определенные проблемы, связанные со сложностью описания акустических полей, а также с трудностями предсказания и контроля над процессами, происходящими в среде, когда нелинейность среды и дифракция оказываются существенными. Это особенно касается использования сильно фокусированных полей большой амплитуды [26]. Область нелинейной акустики является относительно молодой и развивается в основном благодаря двум прикладным направлениям: во-первых, это низкочастотные взрывные волны, ударные волны от воздушных судов, а во-вторых, это высокочастотные, мегагерцовые, ударные волны, применяемые в медицине. Область рассмотрения представляемой работы ограничивается исследованием физических аспектов медицинского приложения ультразвука к проблемам ранней диагностики и безоперационного лечения раковых заболеваний внутренних органов человека (см. рис. 1). Именно в этой области в настоящее время идет активный исследовательский процесс. Использование любого медицинского оборудования требует полного понимания всего спектра его возможного влияния на организм человека, как благоприятного, так и, в особенности, неблагоприятного. Ультразвуковое оборудование не является исключением. В связи с этим исследователями проводится огромная экспериментальная работа с целью получения эмпирических закономерностей процессов ультразвукового нагрева, акустической кавитации, локального кипения, предпринимаются всевозможные попытки поиска характерных особенностей этих процессов с целью разделения условий их проявления и результатов их действия. Параллельно ведутся теоретические исследования в направлении усовершенствования описания акустического и температурного полей, проводится изучение механизмов управления акустической кавитацией с целью снижения непредсказуемости разрушений, вызываемых динамикой парогазовых пузырьков при ультразвуковом нагреве биологических тканей.

Одновременно ведутся теоретические разработки новых излучающих систем [27, 28] и методов описания полей, создаваемых такими системами. Целью является улучшение пространственной локализации действия ультразвука, а также временная оптимизация процесса акустической обработки областей раковых опухолей с целью снижения времени медицинских ультразвуковых процедур и повышения точности предсказания положения и размера области теплового разрушения биологической ткани.

Несмотря на то, что решению обозначенных выше проблем посвящены работы многих научных групп, все еще не достигнуто абсолютного понимания механизма разрушения биологической ткани при обработке ультразвуком. И, как следствие, остается первостепенно важной проблема снижения риска повреждения здоровых тканей и повышения эффективности ультразвукового разрушения раковых образований в клинических условиях. Одним из основных механизмов является нагрев. Изучению акустического нагрева в режиме мощных ультразвуковых фокусированных пучков посвящена вторая глава настоящей диссертационной работы.

Другим не менее важным вопросом является проблема ранней диагностики раковых заболеваний внутренних органов. До настоящего времени основным способом ранней диагностики этого заболевания является пальпация, при этом положительный результат, то есть обнаружение ракового заболевания на ранней стадии, во многом зависит от тактильной чувствительности пальцев врача-диагноста. Другим используемым методом является метод ядерного магнитного резонанса, который имеет очень высокую точность визуализации различных заболеваний, в том числе и раковых опухолей, но является очень дорогостоящим. В связи с этим появилась необходимость создания альтернативного, более дешевого подхода, позволяющего исключить субъективность оценки свойств биологической ткани врачом, то есть потребовалась разработка альтернативного метода, основанного на абсолютных измерениях какого-то параметра среды, изменение которого сопровождается переходом ткани от здорового в раковое состояние. Такой параметр был предложен относительно недавно. Это - сдвиговой модуль среды.

Экспериментальные данные показывают, что величина сдвигового модуля для здоровой и раковой ткани отличается на несколько порядков, в то время как другие свойства, такие как плотность и скорость звука меняются всего на несколько процентов. Известно, что информацию о величине сдвигового модуля среды несет в себе значение скорости распространения сдвиговых возмущений. На этом факте основывается метод визуализации раковых опухолей по сдвиговому модулю, основанный на акустическом бесконтактном возбуждении сдвиговых волн внутри среды. Такой метод активно разрабатывается в настоящее время. При этом в качестве инициатора сдвига используется механизм передачи импульса акустической волны при распространении ультразвукового фокусированного пучка в поглощающей среде (механизм радиационного давления). При использовании фокусировки генерация сдвига будет происходить в основном в фокальной области пучка, где концентрация энергии волны оказывается очень сильной и пространственно локализованной в небольшой области. Регистрацию такой сдвиговой волны теоретически можно проводить с помощью аналогичного фокусирующего ультразвукового излучателя, работающего в режиме излучения-приема.

Однако описанный выше метод имеет некоторые трудности, связанные с тем, что амплитуда сдвиговой волны оказывается очень маленькой, и как следствие, сигнал, получаемый с акустического приемника оказывается сильно зашумлен. То есть актуальной становится проблема повышения эффективности генерации волн сдвига акустическим импульсом. Решению этой задачи посвящена третья глава представляемой диссертационной работы.

Не менее важным вопросом является проблема адекватного описания или предсказания явлений, происходящих в среде при распространении фокусированного пучка. В частности, требуется знать акустическое поле излучающей системы, используемой в медицине или какой-либо другой практической области. Технические достижения в области создания высокоинтенсивных полей стимулируют развитие теоретических инструментов, позволяющих в достаточной для определенной ситуации точности предсказывать наблюдаемые эффекты.

Если используемые акустические мощности не очень велики, то анализ проводится в линейном приближении, при этом для описания акустического поля одиночного или многоэлементного источника часто применяют интеграл Рэлея [29, 30]. Интеграл Рэлея является точным решением соответствующей дифракционной задачи в случае плоской излучающей поверхности [31], но он может быть использован и для расчета полей неплоских фокусирующих излучателей, в частности вогнутых, имеющих малые углы фокусировки [32].

Если необходимо учесть нелинейные эффекты, то для описания акустического поля слабо фокусированного излучателя с учетом нелинейности, частотно зависимых потерь среды и дифракции пучка в настоящее время широко используется уравнение Хохлова-Заболотской-Кузнецова (ХЗК), которое для каждого конкретного случая интегрируется численно.

Однако при использовании источников или акустических линз, дающих большие углы фокусировки, интеграл Рэлея и, тем более, уравнение ХЗК являются слишком грубыми приближениями. В частности, могут проявляться добавочные максимумы или изменяться форма основной области фокусировки за счет дифракции или многократных переотражений на искривленной поверхности излучателя. Таким образом, при использовании сильно фокусированных акустических полей в качестве основы для расчета, например, полей тепловых источников, не могут применяться традиционные модели, так как реальные поля могут несколько отличаться от предсказанных, а следовательно, возможно появление дополнительных (неучтенных) областей пространства, где могут проявляться такие побочные явления, как перегрев здоровых тканей организма, что довольно часто сопровождает процесс распространения мощной фокусированной волны. Таким образом, существует необходимость более точного описания. Изучение влияния дифракции на вогнутой поверхности источника на акустическое поле для случая линейного распространения волны проводится в четвертой главе представляемой работы.

ОСНОВНЫЕ ЦЕЛИ РАБОТЫ

1. Исследование влияния акустической нелинейности среды на эффективность теплового воздействия ультразвуковых фокусированных импульсно-периодических пучков высокой интенсивности с целью локального увеличения мощности нагрева среды типа биологической ткани.

2. Изучение влияния акустической нелинейности среды на эффективность радиационного давления на среду фокусированных ультразвуковых импульсов высокой амплитуды с целью увеличения амплитуды генерируемых ими сдвиговых импульсов для решения проблем ультразвуковой диагностики мягких тканей по сдвиговому модулю.

3. Исследование влияния эффекта дифракции на вогнутой поверхности фокусирующего излучателя на пространственное распределение акустического давления в приближении волн малой амплитуды. Усовершенствование численного алгоритма метода сращиваемых разложений для расчета полей сильно фокусированных излучателей большой апертуры.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА РАБОТЫ

1. Впервые экспериментально показано, что эффективность тепловыделения при поглощении импульсно-периодической ультразвуковой волны с заданной средней мощностью может быть в несколько раз увеличена путем повышения скважности за счет включения механизма нелинейной перекачки энергии волны вверх по спектру.

2. Впервые экспериментально продемонстрирована возможность существенного повышения эффективности генерации сдвигового импульса при прохождении ультразвукового импульса за счет использования нелинейного искажения профиля акустической волны.

3. Разработан новый метод исследования явления дифракции на искривленной поверхности сильно фокусирующего излучателя вплоть до углов

схождения равных 180° . Найдена аналитическая интерпретация структуры поля, перерассеянного излучающей поверхностью.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЦЕННОСТЬ

Представленные результаты экспериментального и численное исследования акустического нагрева среды показывают возможность управления мощностью терапевтического теплового воздействия ультразвука за счет использования нелинейности среды распространения. Приводимые результаты демонстрируют перспективность использования акустической нелинейности среды для повышения эффективности локального нагрева импульсным ультразвуковым пучком.

Представленные результаты исследования процесса генерации сдвиговых волн в толще среды при использовании ультразвуковых фокусированных импульсов высокой интенсивности показывают высокую перспективность применения эффекта радиационного давления ультразвука для ранней диагностики раковых заболеваний внутренних органов человека. Экспериментально обоснован механизм повышения эффективности генерации сдвиговых волн мощным фокусированным ультразвуковым импульсом за счет нелинейности среды.

Развит численный алгоритм, позволяющий проводить расчет акустического поля фокусированных источников большой апертуры и больших углов фокусировки.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

Эффективность локального нагрева среды фокусированным ультразвуковым пучком может быть увеличена в несколько раз за счет использования влияния акустической нелинейности среды на распространение мощных ультразвуковых импульсов.

Нелинейность среды позволяет повысить более чем на порядок эффективность механического воздействия фокусированного ультразвука за

счет использования акустических импульсов большей амплитуды при той же энергии импульсов.

Влияние эффекта дифракции на излучающей поверхности сферического фокусирующего источника на его акустическое поле проявляется, главным образом, вблизи оси симметрии излучателя и в области, ограниченной огибающей поверхностью к лучам, испущенным с краев источника и единожды отраженным от излучающей поверхности.

СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

В главе 1 представлен литературный обзор научных результатов, полученных к настоящему времени при исследовании теплового воздействия ультразвука с целью медицинского применения (§ 1.1) и по разработке методов акустической визуализации состояния биологической среды по сдвиговому модулю (§ 1.2). В § 1.3 рассмотрены основные модели теоретического описания акустических полей фокусирующих источников, работающих в непрерывном режиме.

Глава 2 посвящена исследованию ультразвукового нагрева среды в условиях сильного и слабого проявления нелинейности среды распространения. Эксперименты проводились с фантомами (моделями) мягкой биологической ткани, выполненными из желатина высокой концентрации и сильно поглощающей вязкой жидкости (глицерина).

В §2.1 описывается экспериментальная установка, позволяющая проводить локальные измерения акустического нагрева с помощью термопары и интегральную оптическую теневую визуализацию всей нагреваемой области в целом. Обсуждается методика проведения исследования.

В §2.2 описывается способ выбора режимов излучения и их калибровка по величине средней акустической мощности методом измерения средней радиационной силы, оказываемой акустической волной на плоскую мишень-поглотитель. Приводятся экспериментально измеренные профили волны в разных точках на оси пучка, характерные для разных режимов излучения. Исследуется зависимость средней акустической мощности фокусированного

ультразвукового пучка от расстояния от излучателя вдоль оси источника для нескольких импульсно-периодических режимов с различными значениями средней мощности в импульсе.

В §2.3 представлены результаты исследования акустического нагрева, полученные оптическим теневым методом и методом локального измерения температуры с помощью термопары в фокальной плоскости.

В §2.4 приводится краткое изложение модели теоретического описания акустического поля на основе уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова и поля температур, используемой для сравнения экспериментальных и теоретических результатов изучения звукоиндуцированного нагрева и радиационного давления акустических волн с учетом акустической нелинейности среды, дифракции и частотно-зависимого поглощения.

В §2.5 обсуждаются экспериментальные результаты, проводится сравнение с результатами численного моделирования, выполненными на основе представленной в §2.4 теоретической модели. В §2.6 сформулированы основные выводы Главы 2.

В главе 3 приводятся результаты экспериментального исследования и теоретические оценки, демонстрирующие перспективность использования акустической нелинейности среды для повышения эффективности возбуждения сдвиговых волн в толще гелеобразной среды (желатина), моделирующей биологические ткани, импульсным ультразвуковым пучком.

В §3.1 представлена схема экспериментальной установки по оптической регистрации профиля сдвиговых волн, генерируемых прохождением фокусированного ультразвукового импульса.

В §3.2 описывается методика экспериментальных исследований эффективности ультразвуковой генерации волн сдвига в зависимости от амплитуды акустической волны, а также приводятся экспериментальные результаты.

В §3.3 приводятся теоретические оценки, подтверждающие экспериментально наблюдаемые эффекты. Параграф §3.4 содержит выводы Главы 3.

В главе 4 представляются результаты численного моделирования акустического поля аксиально-симметричного вогнутого излучателя методом сращиваемых разложений, модифицированным для случая большого волнового размера источника и сильной фокусировки (вплоть до углов схождения 180°).

В параграфе § 4.1 представлена аналитическая основа метода сращиваемых разложений и приведено описание его численного варианта.

В § 4.2 показаны рекуррентные соотношения для сферических функций Бесселя, Неймана, и их производных, а также описан общий метод их численного расчета.

В § 4.3 представлен численный алгоритм получения перенормированных сферических функций, используемых в работе, и приводятся рекуррентные соотношения для используемых сферических функций и их производных с учетом введенной перенормировки.

В § 4.4 описываются результаты расчета поля некоторых фокусирующих источников большой апертуры и углов фокусировки. Проводится сравнение результатов с расчетами, выполненными на основе интеграла Рэлея. Рассматривается пространственная структура дополнительного акустического поля, обусловленного эффектом дифракции на краях и многократным переотражением на самой излучающей поверхности.

В § 4.5 представлены основные выводы Главы 4.

В Заключение кратко формулируются основные результаты и выводы диссертационной работы.

В Приложении 1 описывается метод измерения электрического импеданса пьезопреобразователя, используемый в работе для определения оптимального значения частоты излучения пьезокерамического источника. В Приложении 2 представляются методы и результаты измерения акустических свойств желатина.

ПУБЛИКАЦИИ И ВЫСТУПЛЕНИЯ ПО МАТЕРИАЛАМ ДИССЕРТАЦИИ

По материалам диссертации имеется 11 публикаций, в том числе 2 статьи в «Акустическом журнале» [33, 34], 1 статья в журнале «Известия Академии Наук (серия физическая)» [35], а также 8 статей в трудах научных конференций [36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43].

Результаты диссертации доложены автором на 4 всероссийских конференциях и школах-семинарах: VI и VII Всероссийских школах-семинарах “Волновые явления в неоднородных средах” (п. Красновидово, 1998 и 2000 г.г.), на X и XI сессиях РАО (Москва, 2000 и 2001 г.г.).

Кроме того, результаты были представлены на 7 международных конференциях: 15-ом международном симпозиуме по нелинейной акустике (15th ISNA, Goettingen, Germany 1999), Европейской конференции для студентов и аспирантов по физическим наукам (European conference for PhD students in Physical Sciences. Lille, France 2000), Второй международной конференции “Фундаментальные проблемы физики” (Саратов 2000), на 9-ом Конгрессе Международной Федерации по Ультразвуку в Медицине и Биологии (9th Congress of World Federation for Ultrasound in Medicine and Biology, Florence, Italy, 2000), 1-ом Международном Конгрессе по Применению Фокусированного Ультразвука Высокой Интенсивности в Медицине (First International Workshop on the Application of HIFU in Medicine, Chongqing, China, 2001), международном конгрессе «Успехи нелинейной науки» (International Conference “Progress in nonlinear science” Nizhny Novgorod, Russia, 2001), 17-ом Международном Конгрессе по Акустике (17th International Congress on Acoustics, Rome, Italy 2001).

Глава 1. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

§ 1.1. Тепловое воздействие ультразвука

В процессе распространения акустической волны часть ее энергии поглощается средой, переходя в тепло. При этом среда нагревается, то есть повышается ее средняя температура. Если распространяющаяся волна имеет малую амплитуду, то такой нагрев оказывается незначительным, и мощность тепловыделения оказывается пропорциональной средней интенсивности волны и коэффициенту поглощения на частоте излучения. Если же акустическая волна имеет высокую амплитуду, то за счет нелинейного взаимодействия волны со средой происходит генерация кратных частот, то есть расширяется спектр из-за появления гармоник основной частоты. Поскольку во многих средах, в том числе в биологических тканях, акустический коэффициент поглощения в мегагерцовом диапазоне растет с повышением частоты, то нелинейно искаженная волна будет поглощаться тем сильнее, чем круче форма волнового профиля, то есть чем сильнее расширится ее спектр в область высоких частот.

В случае ограниченных в пространстве волн, то есть акустических пучков, индуцированный звуком нагрев также будет пространственно локализованным. Особенно это касается фокусированных пучков, поскольку при фокусировке появляется некоторая область пространства (фокальная область), где локальное значение интенсивности оказывается существенно выше, чем в окружающем пространстве, а значит, нелинейные и, как следствие, тепловые процессы будут проявляться сильнее.

Однако, как показывают научные исследования, при сильном увеличении интенсивности ультразвуковой волны могут появиться новые явления. Во-первых, в результате сильного акустического нагрева может быть достигнута температура кипения, то есть начнется процесс парообразования внутри среды, а во-вторых, может появиться акустическая кавитация – процесс образования парогазовых пузырьков, индуцируемый разрывом сплошности среды под действием акустического давления. Это явление имеет пороговый характер, то есть проявляется только тогда, когда амплитуда отрицательного полупериода

волны начинает превышать некоторое пороговое значение $p_{\text{порог}}^-$. Величина этого давления $p_{\text{порог}}^-$ сильно зависит от разных параметров среды, характеризующих ее состояние, в том числе от температуры и внешнего статического давления [44]. Чем выше температура среды, тем при меньшем акустическом давлении может начаться кавитация. При появлении кавитации локальная температура среды быстро растет [45], поскольку облако пульсирующих пузырьков пара или газа является сильно нелинейной системой. Такая система, поглощая энергию падающей ультразвуковой волны, возбуждается и излучает волны более высоких частот, то есть переводит энергию ультразвуковой волны вверх по спектру, благодаря чему волна быстрее поглощается и нагревает среду [46].

При этом оказывается сложным отличить акустический нагрев, связанный с искажением формы волны из-за нелинейности среды, от нагрева, вызванного кавитацией [47], как и сложно отделить кавитацию от локального кипения [46]. Возможности управления мощностью локального акустического нагрева в режиме отсутствия кавитации посвящена вторая глава представляемой работы.

Как отмечалось во Введении, явление акустического нагрева в большей степени получило применение в медицине [1, 2]. Поэтому спектр научных вопросов и задач, касающихся индуцированного звуком нагрева, так или иначе, оказывается связанным в основном с проблемами медицинского приложения, в частности, это вопросы ультразвуковой обработки раковых опухолевых образований.

Медицинское применение ультразвука для терапии или хирургии злокачественных раковых опухолей, расположенных глубоко внутри тела человека, поднимает ряд проблем, связанных в необходимостью адекватного предсказания возможных последствий использования акустического нагрева. При использовании ультразвуковых пучков малой фокальной интенсивности $I = 10 \text{ Вт/см}^2$, область нагрева практически повторяет форму акустической фокальной области излучателя [18, 48]. В литературе такую форму принято называть «сигароподобной». Во время процедуры температура в

обрабатываемой области поддерживается в пределах от 42 до 45°C, что при определенных временных условиях обеспечивает гибель только раковых клеток. Однако использование такого режима в медицине (так называемого режима гипертермии) оказывается неудобным, так как для денатурации белка таких клеток требуется очень большое время озвучивания, порядка 30 минут, а иногда и нескольких часов (в случае больших областей обработки). Кроме того, такой режим требует тщательного контроля, как за температурой нагрева, так и за относительным положением излучателя и раковой области, поскольку внутренние органы находятся в постоянном движении, связанном с дыханием человека.

В связи с перечисленными выше проблемами, последнее время широкое применение получил фокусированный ультразвук высокой интенсивности (в литературе такой режим обычно называют HIFU – от английского «high intensity focused ultrasound»). Так называют режимы, при которых используются интенсивности в фокальной области порядка $I = 1-5 \text{ кВт/см}^2$. Нагрев в таких режимах происходит существенно быстрее, но его оказывается намного сложнее предсказать, как в отношении скорости изменения температуры, так и в отношении формы и положения области нагрева в пространстве. Последние экспериментальные и теоретические исследования акустического нагрева показывают, что с повышением интенсивности ультразвука «сигароподобная» форма области нагрева деформируется, уширяясь со стороны излучателя и становясь тоньше в области за фокусом [18]. Такую форму области нагрева в литературе иногда называют «головастиком» [19]. При этом область максимального нагрева смещается по направлению к излучателю относительно точки фокуса. Величина этого эффекта во многом зависит как от интенсивности ультразвука, так и от свойств среды, расположенной на пути следования звука от источника.

Такому изменению формы области нагрева, а значит и формы теплового разрушения биологической ткани, существует несколько объяснений. Во-первых, с изменением температуры в большей или меньшей степени меняются характерные параметры среды, например, скорость звука. Как следствие, область нагрева может выступать в роли тепловой акустической линзы [49, 50].

Тогда при прохождении через нее акустический пучок может получить дополнительную фокусировку, а следовательно, область высокой интенсивности, и как следствие, нагрева, будет сужаться при удалении от излучателя [51]. Во вторых, уширение и смещение области нагрева может происходить за счет появления кавитации [52, 53] или кипения в области, где интенсивность волны особенно велика. Поскольку парогазовые пузырьки являются сильными рассеивателями, то область пространства, расположенная по отношению к излучателю за пузырьковым облаком окажется акустически экранированной. А значит, нагрев в этой области существенно снизится. Существование такого эффекта было экспериментально показано в работах [19, 44]. В третьих, искажение области нагрева может быть связано с искажением акустической области фокусировки в случае сильно нелинейных волн [54]. Кроме того, с ростом температуры уменьшается коэффициент поглощения некоторых биологических тканей, особенно сильно этот эффект выражен при денатурации белков [55], что может повлечь за собой уменьшение скорости нагрева, то есть снижение скорости роста температуры.

Еще одной задачей является снижение времени процедуры озвучивания раковой опухоли. Особенную важность этот вопрос приобретает, когда требует ультразвуковой обработки большая область, то есть раковая опухоль имеет размер, существенно превышающий размер фокальной области акустического источника. В этом случае либо последовательно производят нагрев (разрушение) в большом количестве близко располагающихся областей [18, 56, 57], либо непрерывно перемещают в пространстве область ультразвукового воздействия. Такое непрерывное или пошаговое смещение фокусной области можно осуществить, например, механическим перемещением ультразвукового источника [56], а также смещением одиночного [58] или нескольких [59, 60, 61] фокусов фазированных излучающих решеток, электронным образом, управляя распределением фаз и амплитуд по элементам решетки.

Однако самой главной проблемой является возникновение нежелательных областей нагрева, а следовательно и областей теплового разрушения биологической ткани, связанных с существованием дополнительных максимумов в распределении акустического и теплового

полей [62]. Например, это могут быть дифракционные максимумы первого и более высоких порядков при использовании излучающих решеток или даже одиночных пьезопреобразователей, а также возможное появление как вблизи источника, так и в области за фокусом, максимумов в результате дифракции на искривленной поверхности излучателя или в результате расфокусировки пучка на пространственных неоднородностях среды распространения.

Сильного снижения интенсивности излучения в боковых дифракционных максимумах, появляющихся при смещении фокусов (основного дифракционного максимума) излучающей решетки, добиваются заменой регулярного (геометрически упорядоченного) расположения ее элементов на формирующей поверхности на хаотическое или нерегулярное [60, 63, 64].

Проблему расфокусировки пучка на неоднородностях среды, что особенно сильно проявляется при озвучивании головного мозга, решают с помощью использования излучающих решеток методом подбора фаз и формы сигнала на отдельных элементах с целью компенсации временных задержек, вызванных этими неоднородностями [29, 65].

Кроме того, большое внимание уделяется проблеме перегрева тканей, расположенных на пути распространения от излучателя к обрабатываемой области [66], в частности, возникновению ожогов кожных покровов, коэффициент поглощения которых существенно выше, чем в других мягких биологических тканях.

§ 1.2. Визуализация медицинского состояния биологической ткани по сдвиговому модулю

Как показывают измерения, появление опухолей или иных изменений мягких биологических тканей приводит к незначительному, порядка процента или даже менее, изменению акустических параметров среды, таких как плотность, скорость звука и коэффициент поглощения. В то же время, по крайней мере, один механический параметр, модуль сдвига, увеличивается на

порядок или иногда даже на несколько порядков по отношению к значению, характерному для здоровой биологической ткани исследуемого типа.

Такие изменения могут быть связаны с возрастными изменениями в организме, например, потерей эластичности стекловидного тела глаза; другой причиной может стать развитие какого-либо заболевания, например, образование раковых опухолей мягких биологических тканей. Измерения сдвигового модуля ткани положены в основу методов, предназначенных как для диагностики состояния стекловидного тела глаза с целью своевременного хирургического вмешательства для предотвращения отслоения сетчатки [67], так и для диагностики раковых опухолей на ранней стадии развития заболевания. Кроме того, к изменению величины сдвигового модуля приводит необратимый нагрев биологической ткани, сопровождающийся денатурацией белка, который используется для неинвазивной (без традиционного хирургического вмешательства) терапии и хирургии раковых опухолей. На использовании такой закономерности основан метод визуализации области теплового разрушения биологической ткани по модулю сдвига [68, 69, 70, 71, 72], находящийся в настоящее время на стадии активной научной разработки.

Кроме того, одновременно ведутся разработки нескольких методов измерения модуля сдвига среды, которые отличаются как способом создания внутренних сдвиговых возмущений и типом возбуждения, так и способом их детектирования. По способу создания механических возмущений среды научные разработки можно условно разделить на два класса: первый - с использованием возбуждения деформаций с поверхности тела, второй – с использованием источников деформации, создаваемых непосредственно внутри исследуемого объема за счет силы радиационного давления ультразвука. В качестве инструментов для регистрации возникающих движений используются А- или В-сканеры, доплеровские измерительные приборы, устройства ЯМР визуализации и оптические детекторы.

Методики, использующие приложение возмущения с поверхности, в свою очередь делятся на две категории. Первая основана на приложении статических деформаций с последующим измерением смещений границ ультразвуковых рассеивателей [73, 74, 75], такой метод в англоязычной

литературе часто называют эластографией (Elastography). Для определения поля смещений внутри изучаемого объема, как правило, предлагается А-сканер, записывавший акустический сигнал, рассеянный частицами среды. Затем полученные реализации сигнала подвергаются кросс-корреляционной обработке [76, 77] для получения информации о картине внутренних деформаций и напряжений. По полученным полям деформаций и напряжений проводится расчет модуля Юнга среды [78].

Такой метод связан с проблемой определения и, как следствие, повышения точности и разрешающей способности метода расчета деформации (растяжения) [79], поскольку получаемые сигналы оказываются сильно зашумлены [80, 81], а границы области, в которой значение сдвигового модуля отличается от соответствующего окружающей среде, нечетко выражены, то есть имеют низкий контраст [82]. К тому же, измеряемые деформации довольно малы, что также негативно сказывается на точности метода.

Второй метод основан на приложении к поверхности исследуемого образца деформаций, периодических во времени [83, 84, 85, 86]. В англоязычной литературе для такого метода иногда используют термины Sonoelasticity или Sonoelastography. Для относительных измерений упругих характеристик среды с помощью акустической доплерометрии получают распределение амплитуд колебаний, возникающих внутри тела. Затем по распределению амплитуды локальных установившихся вибраций среды судят об относительном изменении упругости исследуемых участков среды. Абсолютные значения модуля упругости получить в этом случае не удастся.

В других работах [87, 88] предлагается визуализировать распределение сдвигового модуля упругости мягких тканей с помощью измерения акустическим А-сканером или ультразвуковой решеткой сдвиговой волны, возбуждаемой импульсно-периодическим колебательным воздействием на поверхность тела.

Еще один метод, использующий периодическое возмущение с помощью стержня, внедренного в среду (желатин), и закрепленного на поверхности стержня динамика, колеблющегося на разных частотах, обсуждается в работе

[89]. Измеряемой величиной в этом случае является скорость распространения сдвиговых волн. Для визуализации сдвиговых волн использовался ультразвуковой А-сканер и аппаратура ЯМР. Хотя такой метод не может быть напрямую перенесен в медицинскую практику, поскольку является инвазивным, он формирует благотворную основу для неинвазивного метода, осуществляющего бесконтактное возбуждение сдвиговых волн внутри среды с помощью акустического радиационного давления.

Рассмотренный класс методов визуализации состояния среды по сдвиговому модулю, основанный на приложении силового воздействия с поверхности, несмотря на большое количество положительных достижений, имеет один очень существенный недостаток. Это недостаток связан с априорным предположением об отсутствии большой области пустых или очень мягких микрополостей или одиночной большой полости в непосредственной близости от изучаемой области пространства. Наличие такой или таких полостей может привести к нежелательному сдвигу какой-то части исследуемого объема как целого, практически без сжатия. А следовательно, в такой неблагоприятной геометрии предлагаемый класс методов перестанет работать.

Описанного здесь недостатка лишен своего рода альтернативный класс разрабатываемых методов измерения упругости среды, который является более новым и, как следствие, менее исследованным. Это класс методов, основанных на использовании фокусированного ультразвукового пучка для возбуждения сдвиговой волны в толще среды [8, 11, 90, 91, 92, 93, 94]. Экспериментально такой метод возбуждения сдвиговых волн или импульсов начал разрабатываться на прозрачных полимерных фантомах биологической ткани, поскольку в таком случае оказывается проще осуществить регистрацию сдвиговых волн.

Так, например, в работах [90, 37, 94] возникающие после прохождения акустической волны сдвиговые смещения регистрировались при помощи лазерного луча, наведенного на непрозрачную частицу-затвор, специально помещенную внутрь фантома в процессе его изготовления. С помощью этой методики измерялась скорость сдвиговой волны в материале фантома. Однако

такой метод регистрации может использоваться только в модельных экспериментах, использующий прозрачные для света фантомы биологической ткани. В работе [11] для регистрации сдвиговой волны использовалась аппаратура ЯМР визуализации. В публикациях [92, 93] разработана методика, позволяющая проводить возбуждение сдвиговой волны и отслеживание ее распространения при помощи одного В-сканера работающего как в силовом режиме, так и в режиме А-сканера. В работе [95] предлагается для регистрации сдвиговых волн, возбуждаемых поглощением фокусированного ультразвукового импульса, использовать ультразвуковой сканер, работающий в М-моду.

Авторы работ [67, 96] предложили использовать силу радиационного давления, создаваемую мощной фокусированной ультразвуковой волной, для определения упругости и вязкости глазных тканей.

Однако использование в медицинской практике второго класса методов, то есть методов генерации сдвиговых волн при прохождении акустического импульса, также требует решения своей проблемы. В данном случае, это вопрос регистрации возмущений, поскольку сдвиговая волна имеет малую амплитуду. Одному из методов решения этой проблемы, а именно вопросу повышения эффективности удаленного возбуждения сдвиговых волн при помощи сфокусированного ультразвука, и посвящена часть представляемой работы, описанная в третьей главе.

§ 1.3. Описание акустического поля фокусирующего источника

Последние достижения в разработке новых излучающих систем показывают возможность создания полей различной пространственной конфигурации с одним фокусом (одноэлементный вогнутый преобразователь [97, 98, 99] или комбинация плоского источника и акустической линзы) или несколькими фокусами (плоские или вогнутые фазированные многоэлементные излучающие или антенные решетки) [29, 58, 59, 100, 101, 102]. Использование последних дает возможность не только подавлять дифракционные максимумы решетки, но и менять конфигурацию и пространственное положение фокусов.

Для этого не требуется перемещать систему механически, а достаточно регулировать время прихода и форму сигнала на отдельных элементах решетки. Кроме того, возможность применения частотно-модулированного возбуждения одиночных фокусирующих пьезокерамических пластин с неравномерной толщиной позволяет не только расширить диапазон возбуждаемых полей, но и управлять распределением колебательной скорости по рабочей поверхности излучающего элемента. В свою очередь, это дает возможность электрически управлять пространственно-временной структурой поля [30, 103, 104]. В связи с этим большое внимание направлено на теоретическое описание акустического поля соответствующих источников, работающих как в непрерывном [99, 105, 106, 107, 108], так и в импульсном режимах [109, 110, 111, 112].

Самое широкое распространение в силу своей простоты получила линейная теория описания акустического поля. При этом среда распространения считается однородной и изотропной. На рассматриваемых расстояниях диссипативные потери в ряде реальных случаев оказываются ничтожными, что позволяет обращаться к теории, их не учитывающей. Кроме того, наибольшие амплитуды должны быть достаточно малы, чтобы можно было пренебречь нелинейными эффектами.

Первый метод основан на принципе Гюйгенса, который еще в XVII веке выдвинул эвристическое предположение, что каждая точка фронта распространяющейся волны является источником вторичных сферических волн, которые, интерферируя, формируют результирующее волновое поле. В приложении к задачам излучения звука это представление эквивалентно рассмотрению поля протяженного источника как интерференции сферических волн, создаваемых элементарными точечными источниками, расположенными на излучающей поверхности. При этом акустическое поле может быть выражено в виде интеграла Кирхгофа-Гельмгольца по излучающей поверхности Γ_s [113]:

$$p(r) = \int_{\Gamma_s} \left(G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial p(\vec{r}')}{\partial n} - \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial n} p(\vec{r}') \right) dS' \quad (1.1)$$

Здесь и далее $p(\vec{r})$ - комплексная амплитуда акустического давления в некоторой точке пространства, характеризующейся вектором \vec{r} , dS' - элемент поверхности излучателя, пространственное положение которого задается вектором \vec{r}' , операция дифференцирования $\frac{\partial}{\partial n}$ осуществляется по внешней нормали к поверхности излучателя в точке \vec{r}' поверхности Γ_s , а $G(\vec{r}, \vec{r}')$ - функция Грина свободного трехмерного пространства:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = -\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{4\pi|\vec{r}-\vec{r}'|}, \quad (1.2)$$

где $k = \omega/c_0$ - модуль волнового вектора, ω - круговая частота, c_0 - скорость звука в среде. Здесь и далее будем предполагать монохроматическую временную зависимость всех полевых характеристик в соответствии с законом $\exp(-i\omega t)$.

Использовать интеграл (1.1) в общем случае не представляется возможным, поскольку это требует изначального знания на излучающей поверхности как самого давления, так и его нормальной производной (скорости). Однако в случае плоской излучающей поверхности формулу (1.1) можно упростить, используя вместо функции Грина свободного пространства (1.2) другую функцию Грина.

В частности, в применении к расчету поля плоского излучателя, встроенного в бесконечный плоский жесткий экран, интеграл Кирхгофа-Гельмгольца сводится к интегралу лишь от скорости. Соответствующее выражение известно как интеграл Рэлея:

$$p(\vec{r}) = -\frac{i\omega\rho_0}{2\pi} \iint_{\Gamma_s} u(\vec{r}') \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS'. \quad (1.3)$$

Здесь ρ_0 - равновесная плотность среды, а заданной считается нормальная составляющая скорости колебаний поверхности $u(\vec{r}')$ в каждой точке излучающей поверхности \vec{r}' , поскольку она оказывается пропорциональной электрическому напряжению на излучателе.

Если же заданной считается не скорость, а давление на поверхности излучателя $p(\vec{r}')$, то интеграл (1.1) также можно упростить. Предполагая, что плоский излучатель встроен в абсолютно мягкий экран, можно получить следующее приближенное выражение:

$$p(\vec{r}) = -\frac{ik}{2\pi} \int \int_{\Gamma_s} p(\vec{r}') \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \cos(\theta) dS', \quad (1.4)$$

где θ – угол между нормалью к поверхности излучателя в точке интегрирования и направлением на точку наблюдения.

О'Нейл [32] одним из первых использовал интеграл Рэлея для расчета поля акустических фокусирующих излучателей. Интеграл Рэлея в этом случае является приближенным, и поэтому метод имеет некоторые ограничения: диаметр излучателя и радиус его кривизны должны быть много больше длины волны, радиус излучателя должен быть достаточно большим по отношению к глубине вогнутой поверхности. Таким образом, эта теория ограничивается слабо вогнутыми излучающими поверхностями. Границы области применимости интеграла Рэлея к расчету акустического поля фокусирующих источников в разной степени обсуждаются в работах [114, 34].

Тем не менее этот метод популярен, поскольку интеграл Рэлея легко поддается численному расчету, а также дает приближенное аналитическое выражение поля вблизи фокуса отдельного источника как вдоль акустической оси, так и в фокальной плоскости. В частности, например, его используют для изучения взаимодействия полей двух акустических источников [108], для исключения влияния дифракции на измерения коэффициента поглощения среды [115].

Особенно часто интеграл Рэлея используют для расчета поля излучателей маленьких волновых размеров, когда дело касается многоэлементных излучающих решеток [30, 58, 59, 66, 102, 116, 117, 118]. Причем нередко такой метод применяется к излучающим решеткам сильно фокусированным геометрически, разрабатываемым, например, для озвучивания областей головного мозга [29, 65]. В такой случае могут появляться существенные ошибки при расчете поля, связанные с возможным отражением волн от

поверхности, формирующей общую вогнутую геометрию всей решетки в целом.

Кроме того, метод интеграла Рэлея позволяет получить аналитические выражения для акустических полей некоторых элементарных источников в приближении дальнего поля (Фраунгофера). В свою очередь, это может быть использовано для расчета поля сложного плоского, фокусирующего или дефокусирующего излучателя методом разбиения его поверхности на элементарные источники определенной формы (Edge element approach) с последующим суммированием их полей [119].

Для слабо фокусированного сферического источника (полуугол схождения $\alpha_0 < 20^\circ$) с радиусом кривизны F можно также использовать решение волнового уравнения в параболическом приближении. Для потенциала скорости в цилиндрической системе координат (r, φ, z) это решение имеет вид [120, 121]:

$$\phi(r, z) = -\frac{u}{z} e^{ikz} e^{i\frac{kr^2}{2z}} \int_{x=0}^a e^{i\frac{kx^2}{2}\left(\frac{1}{z}-\frac{1}{F}\right)} J_0\left(\frac{krx}{z}\right) x dx, \quad (1.5)$$

где u - амплитуда нормальной составляющей колебательной скорости вдоль поверхности излучателя, которая предполагается постоянной, z - координата распространения, x - переменная интегрирования, соответствующая радиальной координате r , a - радиус излучателя, а J_0 - функция Бесселя нулевого порядка. При этом связь между полем потенциала скорости и полем давления считается аналогичной плоской волне, то есть

$$p(r, z) = i\omega\rho_0\phi(r, z). \quad (1.6)$$

Это приближение не работает вблизи поверхности излучателя, и также не позволяет рассматривать сильно фокусирующие источники.

В случае, когда требуется учесть нелинейность среды, а также поглощение и дифракцию при распространении ограниченной волны конечной амплитуды, как правило используют уравнение Хохлова-Заболотской-Кузнецова [122]:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial \tau} - L_{abs} p \right) = \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} p. \quad (1.7)$$

Здесь z – координата вдоль оси пучка, x и y – поперечные координаты в декартовой системе координат, $\tau = t - z/c_0$ – время в бегущей системе координат, ε – нелинейный параметр, $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial r^2 + r^{-1} \partial/\partial r$ поперечный лапласиан для случая осесимметричного пучка, а линейный оператор L_{abs} описывает поглощение волны.

Это уравнение не имеет точного аналитического решения, поэтому для каждого конкретного случая рассчитывается численно, с использованием различных подходов: временного (обычно для случая импульсного режима излучения) или спектрального (для случая непрерывного режима излучения). Поскольку одной из целей диссертационной работы является изучение влияния эффекта дифракции на излучающей поверхности на поле сильно фокусирующего источника, то уравнение Хохлова-Заболотской-Кузнецова для этой конкретной задачи неприменимо. Действительно, это уравнение записано в параболическом приближении, то есть предполагается, что волна является квазиплоской. Условия такого ограничения выполняются только для слабо фокусирующих источников.

Другим достаточно часто используемым модельным уравнением является уравнение Вестервельта:

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{1}{\rho_0} \nabla p \cdot \nabla p + \frac{\delta}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} + \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} = 0, \quad (1.8)$$

где ∇ – оператор дифференцирования по пространству, коэффициент $\delta = 2\alpha c_0^3/\omega^2$ отвечает как за тепловые, так и за вязкие потери.

В отличие от уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова, это уравнение описывает не только квазиплоские волны, но и волны произвольной структуры. Заметим, однако, что нелинейные члены получены с использованием предположения о квазиплоском распространении. Уравнение Вестервельта используется в случае необходимости расчета вторичных полей (в том числе и

встречного распространения) при распространения исходной квазиплоской волны.

Таким образом, вопрос изучения поля от сильно фокусирующего источника оказывается весьма актуальным и почти неисследованным даже для случая, когда нелинейными эффектами можно пренебречь. Практически важным такое исследование может оказаться для сильнофокусирующих источников, используемых, например, для озвучивания головного мозга.

Глава 2. ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ СРЕДЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ УЛЬТРАЗВУКОВОГО НАГРЕВА

При распространении ультразвуковой волны часть ее энергии поглощается и рассеивается в среде, преобразуясь в тепло. В случае, когда волна ограничена в пространстве в виде пучка, вызываемый ею нагрев среды также оказывается пространственно локализованным. Если используется фокусированный акустический пучок, то наиболее эффективный нагрев происходит в фокальной области, где максимальна интенсивность звука. При этом в ряде случаев оказывается возможным осуществить локальный нагрев среды на значительном расстоянии от излучателя, почти не нагревая область между источником звука и фокальной областью.

Эффективность или мощность теплового воздействия ультразвука во многом зависит от характерных акустических и термодинамических параметров среды, отвечающих как за процессы распространения и поглощения звука, так и за перенос тепла. Кроме того, поскольку с точки зрения акустики, все среды являются в большей или меньшей степени нелинейными, то по мере распространения волны происходит искажение ее профиля, сопровождающееся генерацией высших гармоник основного сигнала. Так как дисперсия звука в большинстве сред (к которым как раз и относятся биологические ткани) достаточно слабая, то волны всех частот распространяются с одинаковой скоростью и эффективно обмениваются энергией, причем чем больше амплитуда волны, тем сильнее проявляются нелинейные свойства среды. Кроме того, результаты нелинейного взаимодействия имеют пространственно накопительный характер, то есть проявляются не сразу, а при прохождении волной некоторого расстояния.

Также известным фактом является то, что высокие частоты поглощаются сильнее, а значит, скорость акустического нагрева будет тем выше, чем большая часть энергии перейдет вверх по спектру, то есть чем сильнее исказится волна. Как следствие, нагрев будет существенно зависеть от формы акустической волны, а не только от ее средней интенсивности, как для линейных волн.

Так, например, в случае фокусированных пучков наибольшие амплитуды достигаются в фокальной области, а следовательно, если эта область имеет достаточную длину, то и нелинейные эффекты здесь будут проявляться сильнее, чем в окружающем пространстве.

Все более широкое практическое применение тепловое воздействие акустических волн приобретает в области медицинских приложений ультразвука. В основном это явление используется в целях обработки злокачественных раковых образований в живых организмах, в частности, кожных покровов, а также внутренних органов человека. В зависимости от интенсивности и пространственной конфигурации акустического поля ультразвуковое воздействие используется в терапии и неинвазивной хирургии раковых опухолей внутренних органов, а также для стимуляции локального отклика иммунной системы организма при ультразвуковом облучении раковых образований кожных покровов. Последний вид воздействия ультразвука на биологическую ткань имеет нетепловой характер.

Следует отметить, что реальное медицинское применение теплового воздействия ультразвука влечет за собой определенные трудности, связанные с необходимостью оптимизации процесса нагрева как по времени, так и по пространству. В частности, в ряде случаев ультразвуковой хирургии для обработки области достаточно больших размеров, процедура требует больших временных затрат, поскольку область акустического нагрева реальных медицинских источников оказывается довольно маленькой, чтобы одновременно покрыть желаемую область.

Кроме того, такой процесс может сопровождаться сильным непреднамеренным перегревом (ожогом) здоровых биологических тканей, особенно это касается кожных покровов, находящихся на пути распространения звука, поскольку для таких тканей велик акустический коэффициент поглощения. Так же побочным неблагоприятным воздействиям подвергаются костные ткани, располагающиеся за нагреваемой областью.

В связи с этим актуальной становится проблема оптимизации процесса нагрева биологических тканей, в частности, снижение времени ультразвуковой обработки, а также уменьшение температуры вне обрабатываемой области.

Известно, что все биологические ткани характеризуются степенным частотным законом поглощения с показателем степени между 1 и 1.5 [51]. Таким образом, в некоторой области пространства, например в фокальной области для случая фокусированных пучков, где волна максимально искажена, следует предположить, что трансформация акустической энергии в тепловую будет происходить существенно быстрее за счет более эффективного поглощения высоких частот.

Целью данной части работы, описываемой в главе 2, является экспериментальное подтверждение гипотезы, что при использовании волн большой амплитуды скорость акустического нагрева растет. В частности, при использовании импульсно-периодических режимов с одинаковой средней мощностью, но меньшей длительностью и большей амплитудой импульсов, можно добиться значительного повышения скорости и величины пространственно локализованного нагрева. При этом нагрев среды вне фокальной области должен происходить примерно одинаково во всех режимах. Это связано с тем, что здесь амплитуды волн во всех режимах малы, а следовательно, нелинейные явления существенной роли не играют; и величина и скорость нагрева определяются средней мощностью акустической волны и характеристиками среды. Однако в фокальной области излучателя картина должна существенным образом зависеть не только от средней акустической мощности, но и от самой амплитуды волны.

В настоящей работе представляются результаты экспериментальных исследований эффективности нагрева фантома биологической ткани мощным фокусированным ультразвуковым пучком в зависимости от степени проявления нелинейности среды распространения. В качестве среды, моделирующей биоткань, использовался концентрированный желатин. В работе проводится сравнение экспериментальных данных с теоретическими результатами, полученными на основе численного моделирования процесса акустического нагрева с учетом нелинейности среды и ряда других физических явлений, таких

как фокусировка пучка, дифракция и частотно зависимое поглощение ультразвука, а также теплопроводность среды.

§2.1. Измерение и визуализация акустического нагрева.

Экспериментальная установка

Одной из основных задач данной работы было сравнение линейного и нелинейного механизмов акустического нагрева среды типа биологической ткани. С этой целью использовался образец из желатина (ICN Gelatin flaked 50 bloom catalog № 960102) высокой концентрации (20% по массе), акустические свойства которого оказываются довольно близкими к соответствующим свойствам биологической ткани. Кроме того, желатиновый фантом оказывается достаточно прозрачным, чтобы иметь возможность проводить визуализацию нагрева оптическим теневым методом. Для намеченных исследовательских целей была разработана экспериментальная установка (рис. 2), позволяющая одновременно осуществлять локальные измерения временной зависимости температуры (в некоторой выбранной точке пространства) с помощью термопары и наблюдать интегральную двумерную оптическую теневую картину области нагрева в целом.

2.1.1. Измерение нагрева

Акустическое поле создавалось фокусирующим пьезокерамическим преобразователем 1 (Channel Industries, USA), выполненным в виде сферической чаши с диаметром апертуры 10 см, радиусом кривизны 20 см, работающим на частоте антирезонанса пластины $f_0 = 1.092$ МГц. Продольный и поперечный размеры фокальной области ультразвукового пучка в воде, измеренные по нулям распределения амплитуды поля давления, составили соответственно 87 мм и 7 мм. Возбуждение излучателя производилось электрическим сигналом с цифрового генератора 2 (HP33120A) через усилитель мощности 3 (ENI A-300RF).

Рис. 2. Схема экспериментальной установки для изучения
ультразвукового нагрева фантома биологической ткани.

В работе использовался импульсно-периодический режим возбуждения с прямоугольной огибающей радиоимпульсов. Длительность импульсов изменялась в пределах от 40 до 500 мкс, частота следования импульсов для всех режимов составляла $f_{\text{повт}} = 1.0$ кГц.

Излучатель погружался в кювету с водой 4 размером $20 \times 30 \times 60$ см³. В фокальную область излучателя помещался образец из желатина 5 в форме прямоугольного параллелепипеда. Обращенная к излучателю грань имела размер 7×8 см². Длина ребра параллелепипеда, параллельного оси пучка, приблизительно равнялась 15 см, расстояние между поверхностью образца, обращенной к излучателю, и поверхностью самого излучателя выдерживалось равным 11.5 см. Плотность желатинового фантома составляла примерно $\rho_{\text{жел.}} = 1.1$ г/см³, скорость звука в желатине $c_{\text{жел.}} = 1550$ м/с, а величина коэффициента поглощения хорошо аппроксимировалась зависимостью $\alpha = 0.011 \cdot f^{1.6}$ см⁻¹, где f – частота в мегагерцах. Все указанные выше параметры измерялись автором экспериментально (см. Приложение 2).

С помощью системы позиционирования фантом биологической ткани мог перемещаться в трех взаимно перпендикулярных направлениях, в том числе в плоскости, перпендикулярной оси акустического пучка.

Для измерения температуры нагрева в образец 5 параллельно акустической оси была имплантирована термопара 6. С ее помощью фиксировалось изменение температуры, вызванное поглощением энергии ультразвуковой волны, с точностью до 0.1°C (рабочий диапазон термометра от -250°C до 1000°C). Термопара вставлялась в фантом таким образом, чтобы ее спай находился в фокальной плоскости излучателя. В ходе эксперимента один раз в секунду производилась автоматическая запись значения температуры спая в память электронного блока термопары 7 (Digi-Sense DualLogR 91100-50), откуда затем информация считывалась в память компьютера через адаптер на инфракрасном излучении (Cole Parmer RS-232 Adapter 91100-80). Как показывают исследования [123, 124], несмотря на конечную теплоемкость и теплопроводность проволоки, при использовании термопар такого класса можно не учитывать искажения временной зависимости температуры,

связанные с вязким трением, которые проявляются лишь на начальной стадии измерений (порядка нескольких десятков или сотен микросекунд, в зависимости от толщины проволоки термопары и ее оболочки), даже если термопара находится непосредственно в акустическом поле. В рамках текущего эксперимента нас интересовали изменения температуры на значительно больших интервалах времени: следовательно, такие характеристики термометрической системы были вполне удовлетворительными.

2.1.2. Оптическая визуализация нагрева

Для наглядного сравнения линейного и нелинейного механизмов теплового воздействия ультразвука было решено одновременно с термопарными измерениями использовать оптический теневой метод визуализации степени нагрева фантома биологической ткани. Этот метод основан на зависимости оптического показателя преломления среды от температуры. Такой метод позволяет сравнивать степень нагрева прозрачной среды в достаточно большой пространственной области. Количественные результаты на его основе получить затруднительно, но, тем не менее, он имеет ряд преимуществ, поскольку является бесконтактным и не нарушает структуры акустического поля. Кроме того, он весьма нагляден, а также позволяет координировать пространственное положение термометрического датчика (в нашем случае, термопары) относительно центра нагреваемой области при локальном измерении температуры.

Схема оптической части установки также приведена на рис. 2. Фокальная область ультразвукового пучка перпендикулярно акустической оси просвечивалась пучком He-Ne лазера 8 ($\lambda_{\text{He-Ne}} = 0,63$ мкм), разведенным до диаметра 8 см с помощью оптических линз 9. В отсутствии акустической волны на белом экране 10, расположенном за кюветой с водой, наблюдалось равномерно освещенное пятно. При прохождении акустической волны желатин нагревался, при этом менялся его оптический показатель преломления, и на экране формировалась теневая картина 11, которая затем фотографировалась цифровой фотокамерой.

Темная область, появляющаяся на теневой картине, соответствовала своеобразной проекции на плоскость экрана области повышенной температуры, где происходило уменьшение показателя преломления света. Граница теневой картины нагретой области получалась более яркой, чем окружающие участки экрана, так как на нее попадали как лучи, прошедшие через более холодные слои жидкости, так и лучи, отклонившиеся при прохождении через нагретую область. Контраст и размеры теневой картины, характеризовали степень и величину области нагрева. Таким образом, по виду теневой картины можно было сравнивать эффективность теплового воздействия ультразвука в фокальной области пьезопреобразователя в различных режимах излучения.

На рис. 3 представлена фотография использовавшихся в работе по изучению механизма акустического нагрева фантома биологической ткани фокусирующего пьезокерамического ультразвукового излучателя (справа) и образца из желатина (слева), закрепленного между двумя плоскопараллельными стеклянными пластинами.

Целью исследований было показать, что при использовании акустической волны, в профиле которой имеются ударные участки, процесс нагрева среды может происходить значительно эффективнее.

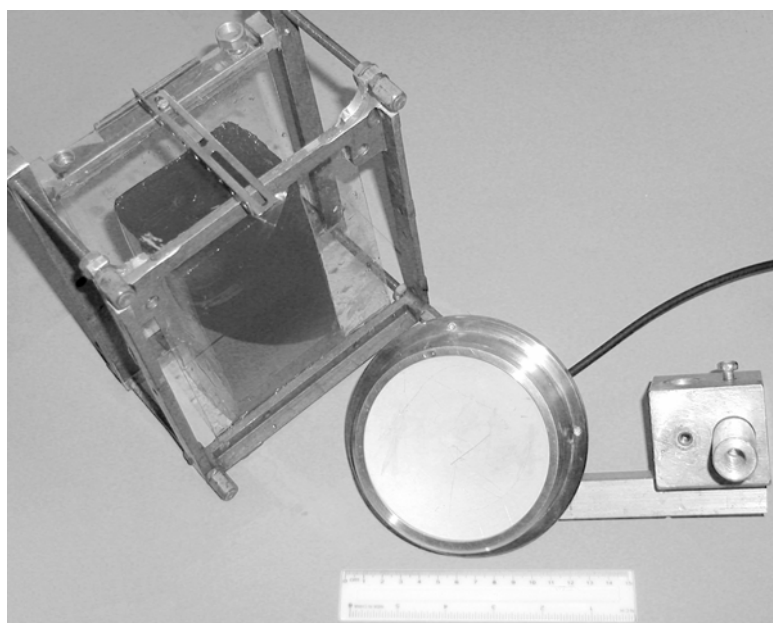


Рис. 3. Фотография фантома из желатина (слева) и ультразвукового излучателя (справа)

Для этого использовались импульсно-периодические режимы с частотой повторения импульсов $f_{\text{повт}} = 1$ кГц, отличающиеся амплитудой ультразвуковых импульсов, но имеющие одинаковую среднюю акустическую мощность (за счёт соответствующего подбора длительности импульсов). Если бы распространение ультразвука в среде было линейным, то скорость роста температуры, а также размер области нагрева, индуцируемые акустическими импульсно-периодическими режимами одной и той же средней мощности, были бы одинаковыми.

Однако при наличии нелинейности профиль ультразвуковой волны в фокальной области пучка искажается, и при достаточно большой амплитуде возникают ударные участки, т.е. профиль становится пилообразным. Как следствие, волна поглощается эффективнее и нагрев среды оказывается сильнее, чем в случае линейного распространения, то есть в случае распространения волн малой амплитуды. Таким образом, в нелинейном режиме можно ожидать существенного повышения скорости нагрева и возможности локального достижения более высоких температур за меньшее время при фиксированной средней акустической мощности и постоянных значениях коэффициентов теплопроводности среды и скорости кровотока (в случае нагрева биологических тканей).

Калибровка ультразвуковых режимов излучения по средней мощности проводилась с помощью метода измерения радиационного давления, описанного в следующем параграфе.

§2.2. Измерение средней акустической мощности волны.

Выбор режимов излучения

Известно, что по мере распространения, а также при отражении от границы раздела сред, акустическая волна передает часть своего импульса среде. Иначе говоря, волна оказывает радиационное давление. В воздухе или жидкости это может привести к возникновению акустического ветра или течений. А при отражении от границы твердого тела появляется направленная

радиационная сила, действующая на тело в целом, которая может быть измерена экспериментально.

На этом явлении основан один из стандартных методов экспериментального определения средней мощности акустического пучка, измеряющий величину средней радиационной силы, оказываемой акустической волной на широкоапертурную мишень-поглотитель [125]. В данной работе этот метод использовался как для калибровки режимов по величине средней мощности акустического пучка вблизи излучателя, так и для исследования зависимости средней по времени мощности ультразвукового пучка от расстояния, отсчитываемого от источника звука. Такие измерения, проводимые в режимах, характеризующихся разной степенью нелинейности, дают возможность количественно определить относительные потери энергии волны, связанные с ее трансформацией в тепловой вид.

2.2.1. Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки показана на рис. 4. Для измерения радиационной силы система из ультразвукового излучателя 1, использовавшегося для изучения звукоиндуцированного нагрева, и поглотителя-мишени 2 погружалась в кювету с водой 3 размером $20 \times 25 \times 55 \text{ см}^3$. Акустический пучок 4 снизу направлялся на поглотитель, подвешенный к электронным весам 5 (Presica 310C). Взвешивание поглотителя с точностью до 10 мг проводилось в процессе его облучения и сразу после выключения источника звука [39], чтобы избежать влияния ошибки измерений, связанной с увеличением архимедовой силы, действующей на поглотитель, из-за его теплового расширения в процессе поглощения акустической энергии. Мишень имела вид цилиндра диаметром 12 см и высотой 5 см и была изготовлена из резины типа двухкомпонентного силиконового эластомера RTV-2 плотностью $\rho_m = 1.45 \text{ г/см}^3$, обладающего большим коэффициентом поглощения $\alpha_m = 1.2 \text{ см}^{-1}$ на частоте 1.092 МГц и акустическим импедансом, близким к импедансу воды (коэффициент отражения по амплитуде $R_m \leq 0.081$ на частоте 1.092 МГц).

Рис. 4. Схема экспериментальной установки по взвешиванию акустического пучка.

Взаимная ориентация мишени и излучателя выбиралась такой, чтобы акустическая ось пучка была перпендикулярна поверхности поглотителя.

При такой схеме измерения можно пользоваться теоретическим соотношением между изменением веса поглотителя ΔP и средней акустической мощностью ультразвука W в виде: $\Delta P/W = 67 \text{ мг/Вт}$.

Чтобы отделить действие на поглотитель радиационной силы от воздействия акустических течений, генерируемых при прохождении ультразвука внутри жидкости, перед поверхностью мишени, параллельно ей, была установлена тонкая пленочная мембрана 6.

Ультразвуковой излучатель крепился на системе вертикального позиционирования, позволяющей менять расстояние между источником звука и мишенью-поглотителем в пределах 40 см, то есть двойного фокусного расстояния. Таким образом, имелась возможность экспериментального исследования зависимости средней акустической мощности пучка от расстояния вдоль его оси с целью выявления области пространства, где переход энергии волны в тепловой вид осуществляется максимально сильно.

Поскольку мишень имела диаметр, превышающий диаметр пьезокерамического преобразователя, а измерения мощности проводились на расстояниях, существенно меньших двойной фокусной длины, то уменьшение измеряемой акустической мощности должно было происходить в основном за счет поглощения звука в толще воды, а не за счет дифракционных потерь, связанных с расходимостью пучка. Однако, в предлагаемых для сравнения эксперимента и теории численных результатах явление дифракции все же принималось в расчет, что подробнее описано в параграфе §2.4.

Серия экспериментальных измерений была проведена с несколькими наборами режимов, характеризующимися одинаковым значением средней акустической мощности режимов $W = W_0$ внутри одного набора. Величина W_0 выбиралась в пределах интервала от 1 до 15 Вт. Внутри одного набора, соответствующего некоторому фиксированному значению W_0 , режимы отличались длительностью и амплитудой ультразвуковых импульсов (частота повторения импульсов была зафиксирована и равна $f_{\text{повт}} = 1 \text{ кГц}$). Также

каждый режим характеризовался пиковой акустической мощностью $W_{непр.}$, определяемой как средняя по времени мощность непрерывного сигнала, имеющего ту же амплитуду, что и амплитуда в импульсе.

2.2.2. Режимы излучения. Формы акустической волны в фокусе излучателя

Поскольку целью данной работы являлось изучение линейного и нелинейного механизмов поглощения акустической волны, требовалось убедиться, что выбранные режимы излучения действительно характеризуются разной формой волны в фокальной области излучателя, то есть в разной степени подвержены нелинейному искажению. С этой целью была проведена регистрация формы акустической волны в разных точках на оси пучка. Следует отметить, что для обозначенных выше целей требовался гидрофон, имеющий очень широкую частотную полосу приема и маленький, по сравнению с размерами фокальной перетяжки, размер чувствительного элемента. Серийные гидрофоны с такими характеристиками отличаются очень высокой стоимостью, а кроме того, оказываются весьма хрупкими. Это означает, что при помещении гидрофона в мощное ударно-волновое акустическое поле существует большая вероятность повреждения чувствительного элемента.

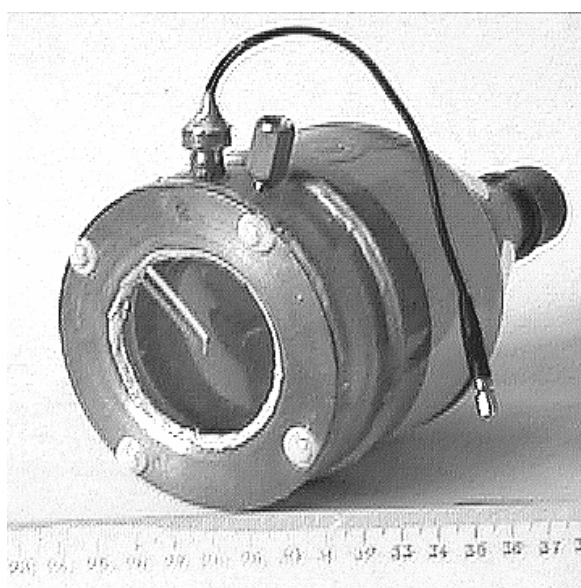


Рис. 5. Фотография ПВДФ гидрофона

Поэтому представляемые ниже результаты измерений были получены с помощью специально изготовленного автором широкополосного мембранного ПВДФ гидрофона с площадью чувствительного элемента примерно 0.5 мм^2 , фотография которого представлена на рис. 5. Геометрическая конфигурация гидрофона была разработана с таким расчетом, чтобы иметь возможность наблюдать форму

волны без искажений. Для этого к его тыльной стороне был присоединен резервуар с трансформаторным маслом, являющимся электрическим изолятором, чтобы избавиться от увеличения электрической емкости гидрофона за счет контакта по воде [126]. Форма резервуара была подобрана таким образом, чтобы избежать перекрывания основного импульса и его отражения от задней стенки гидрофона, что необходимо для проведения измерений в режиме длинных (порядка 500 мкс) импульсов. ПВДФ гидрофонам характерна широкая частотная полоса приема, достаточная чтобы регистрировать профили волн с ударными участками. Кроме того, следует отметить, что поскольку поперечные размеры фокальной области пьезокерамического преобразователя были много больше площади чувствительного элемента гидрофона, искажения принимаемого сигнала, связанного с усреднением поля по пространству, не происходило.

Характерные формы волнового профиля, полученные в воде, представлены в таблице 1. Левая колонка иллюстрирует характерный вид акустических импульсов, имеющих одинаковое значение средней мощности W_0 , остальные две колонки отображают соответствующие этим импульсам экспериментально измеренные формы волнового профиля на оси пучка на разных расстояниях от излучателя. Центральная колонка иллюстрирует профили волны на расстоянии $l = 12$ см от поверхности излучателя, то есть в области до фокуса, а правая – волновые профили, соответствующие тем же режимам, но полученные для точки фокуса, $l = 20$ см. Видно, что в дофокальной области во всех режимах исходно гармоническая волна искажена слабо и, можно сказать, имеет близкую к синусоидальной форму.

Однако в фокальной области картина выглядит иначе. Волновой профиль длинного импульса, имеющего относительно низкую амплитуду, так и остался почти неискаженным, в отличие от волнового профиля короткого импульса, амплитуда которого существенно больше. Этот профиль принял почти пилообразную форму, и в нем появились скачки давления. Поэтому, действительно, можно считать короткий импульс сильно нелинейным.

Импульс средней амплитуды приобрел умеренные искажения: хотя форма его волнового профиля изменилась довольно существенно, скачки

ХАРАКТЕРНЫЙ ВИД АКУСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ, ИМЕЮЩИХ ОДИНАКОВУЮ СРЕДНЮЮ МОЩНОСТЬ	ФОРМА ВОЛНОВОГО ПРОФИЛЯ НА АКУСТИЧЕСКОЙ ОСИ НА РАССТОЯНИИ 12 СМ ОТ ИЗЛУЧАТЕЛЯ	ФОРМА ВОЛНОВОГО ПРОФИЛЯ НА РАССТОЯНИИ 20 СМ ОТ ИЗЛУЧАТЕЛЯ (В ТОЧКЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ФОКУСА)

Таблица 1. Формы волнового профиля, измеренные в воде на разных расстояниях от излучателя вдоль акустической оси

давления не образовались. Ниже этот режим будет называться слабо нелинейным. Для краткости режим низкоамплитудных длинных импульсов будет называться линейным, хотя нелинейные искажения волнового профиля в нем все же присутствуют.

2.2.3. Зависимость средней акустической мощности фокусированного пучка от расстояния

Информация о зависимости средней мощности акустического пучка от расстояния, проходимого волной в среде, дает интегральные сведения о том, где и в какой степени убывает энергия волны. Так например, для случая фокусированных пучков, следует ожидать, что если волна не подвержена нелинейному искажению, то при слабом проявлении эффектов поглощения и дифракционной расходимости энергия волны будет убывать незначительно и с примерно постоянной скоростью на всем расстоянии между излучателем и его двойным фокусным расстоянием. Отметим, что изменение средней мощности

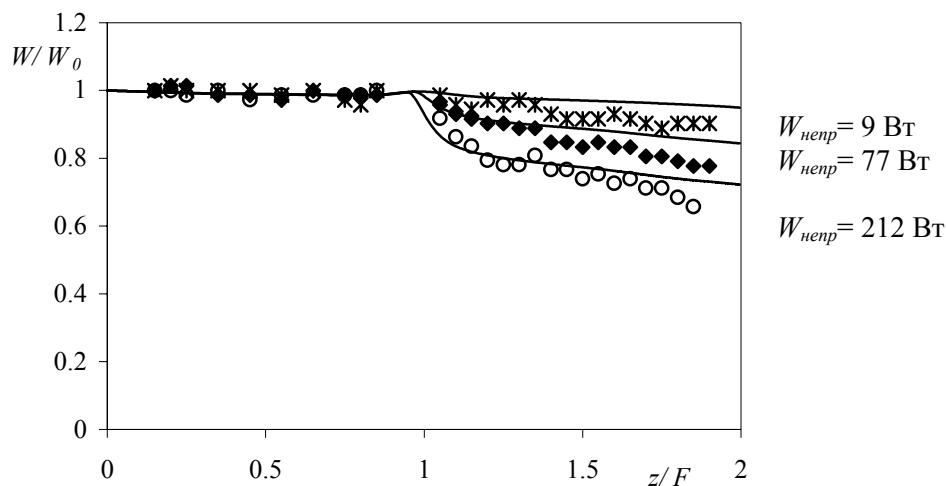


Рис. 6. Нормированная зависимость средней акустической мощности ультразвукового пучка от расстояния от излучателя вдоль акустической оси

на больших расстояниях в наших лабораторных условиях исследовать не удавалось в силу ограниченности размеров поглотителя.

Если же в какой-то области пространства амплитуда волны становится достаточно большой, чтобы «включились» нелинейные эффекты, то следует ожидать увеличения скорости убывания энергии волны, а следовательно и ее полной средней мощности. Такая ситуация может возникнуть в фокальной области. Эксперимент подтвердил это.

На рис. 6 точками разного цвета и звездочками представлены результаты экспериментальных измерений, а сплошными линиями - результаты численного моделирования средней акустической мощности пучка в зависимости от расстояния от ультразвукового источника в режимах излучения, волновые профили которых показаны в таблице 1. Для удобства анализа результатов в качестве условных обозначений кривых использованы значения пиковой акустической мощности $W_{непр}$, то есть средней по времени мощности непрерывного сигнала с амплитудой, равной амплитуде соответствующей импульсно-периодической волны. Для всех представленных режимов средняя акустическая мощность равнялась $W_0 = 7$ Вт.

Хорошо видно, что в области между излучателем и его фокусом мощность всех режимов одинакова и в пределах точности измерений остается

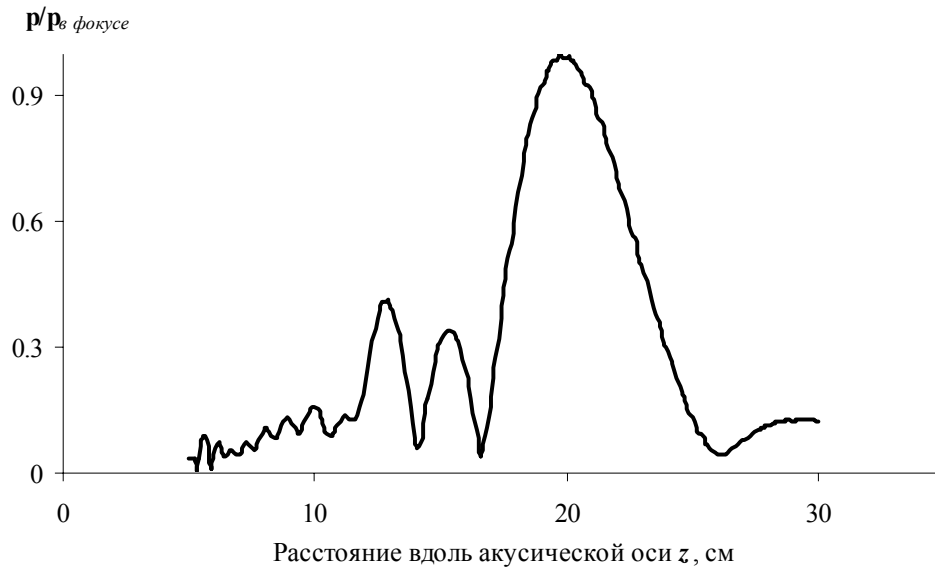


Рис. 7. Распределение амплитуды акустического давления в линейном режиме вдоль оси пучка

постоянной, несмотря на сильную пространственную неоднородность акустического поля в ближней зоне излучателя. Для иллюстрации степени неоднородности акустического поля на рис. 7 показаны характерные для линейного распространения пространственные зависимости амплитуды ультразвукового поля вдоль оси пучка, а на рис. 8 соответствующее поперечное распределение амплитуды акустического поля в фокальной плоскости.

Отсутствие изменения средней мощности в рассматриваемом диапазоне расстояний является вполне ожидаемым эффектом, поскольку в этой области профили волны во всех режимах остаются близкими к синусоидальному. Такая волна в воде поглощается очень слабо, поскольку коэффициент поглощения на частоте 1.1 МГц очень мал: длина поглощения приблизительно равна $\alpha_{\text{вода}}^{-1} \approx 40$ м.

В фокальной области излучателя соответствующие зависимости средней мощности имеют существенно разный характер для волн разной амплитуды. Так, в случае слабых или средних значений амплитуды акустического поля (малые значения $W_{\text{непр}}$ на рис. 6) изменения мощности с расстоянием остаются примерно того же порядка, что и в области между излучающей поверхностью и фокусом.

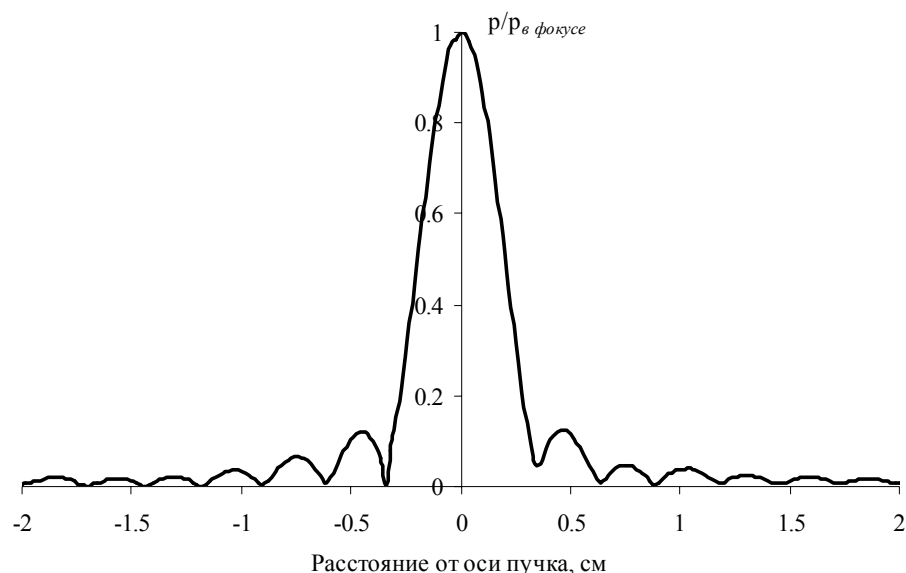


Рис. 8. Поперечное распределение амплитуды акустического давления в линейном режиме в фокальной плоскости пучка

Для режимов с высоким значением амплитуды (что соответствует большим значениям величины $W_{непр.}$ на рис. 6) нелинейность становится существенной уже на некотором расстоянии перед геометрическим фокусом, и средняя мощность ультразвукового пучка начинает резко уменьшаться. Измерения волнового профиля в этой точке обнаруживают наличие ударных фронтов, то есть показывают появление высокочастотной составляющей сигнала, которая поглощается существенно эффективнее, чем основная частота. Логично предположить, что обнаруженное уменьшение средней мощности в рассматриваемой области пространства связано с превращением энергии акустической волны в тепловую именно в фокальной области, поскольку везде вне оговоренной области амплитуды волн достаточно малы, чтобы нелинейные эффекты не проявлялись.

При дальнейшем увеличении расстояния от излучателя вдоль оси пучка, за фокусом спад мощности снова становится слабо заметным, поскольку здесь волновой профиль сглаживается и почти возвращается к синусоидальному виду.

Сравнивая результаты экспериментальных измерений с результатами численного расчета рассматриваемого процесса (сплошные кривые на рис. 6),

следует отметить хорошее согласие. Несущественные различия, обнаруживаемые между измерениями и теорией, возможно, говорят о неполном поглощении ультразвука мишенью-поглотителем, а также о появлении кавитации, результаты действия которой обычно проявляются наиболее ярко в области за фокусом. Предлагаемая ниже (в §2.4) теория, использованная для численных расчетов, явление кавитации не рассматривает.

§2.3. Повышение эффективности нагрева среды нелинейным ультразвуковым пучком: экспериментальные результаты

Ниже приведены результаты измерений температуры, которые проводились в нескольких импульсно-периодических режимах, подобранных таким образом, чтобы при одинаковой средней мощности различие формы профиля волн в фокусе излучателя было максимальным.

На рис. 9 показаны четыре теневые картины: первая (рис. 9а) отображает начальное состояние желатинового образца до включения акустического поля, три другие теневые картины иллюстрируют области ультразвукового нагрева, индуцированного импульсно-периодическими фокусированными волнами с частотой повторения импульсов $f_{\text{повт}} = 1$ кГц, полученные на 20 секунде озвучивания фантома желатина. Все три режима характеризовались одинаковой средней мощностью $W_0 = 10.5$ Вт, но существенно отличались амплитудами и длительностями импульсов. Рис. 9б соответствует режиму с длительностью импульсов $\tau_{\text{имп.}} \approx 460$ мкс и пиковой мощностью $W_{\text{непр}} = 23$ Вт, то есть волна в этом случае имела относительно малую амплитуду. Условно назовем этот режим линейным. На рис. 9в показана теневая картина, полученная в режиме с $\tau_{\text{имп.}} \approx 138$ мкс и $W_{\text{непр}} = 64$ Вт, то есть с амплитудой в импульсе несколько большей, чем для предыдущего. Назовем такой режим слабо нелинейным. Рис. 9г соответствует сильно нелинейному ультразвуковому режиму с $\tau_{\text{имп.}} \approx 50$ мкс и $W_{\text{непр}} = 208$ Вт. Сравнивая размеры, яркость и контраст представленных теневых картин областей нагрева, обнаруживаем, что нагрев в линейном и слабо нелинейном режимах отличается слабо, хотя волновой профиль слабо нелинейной волны и искажился, но все же в

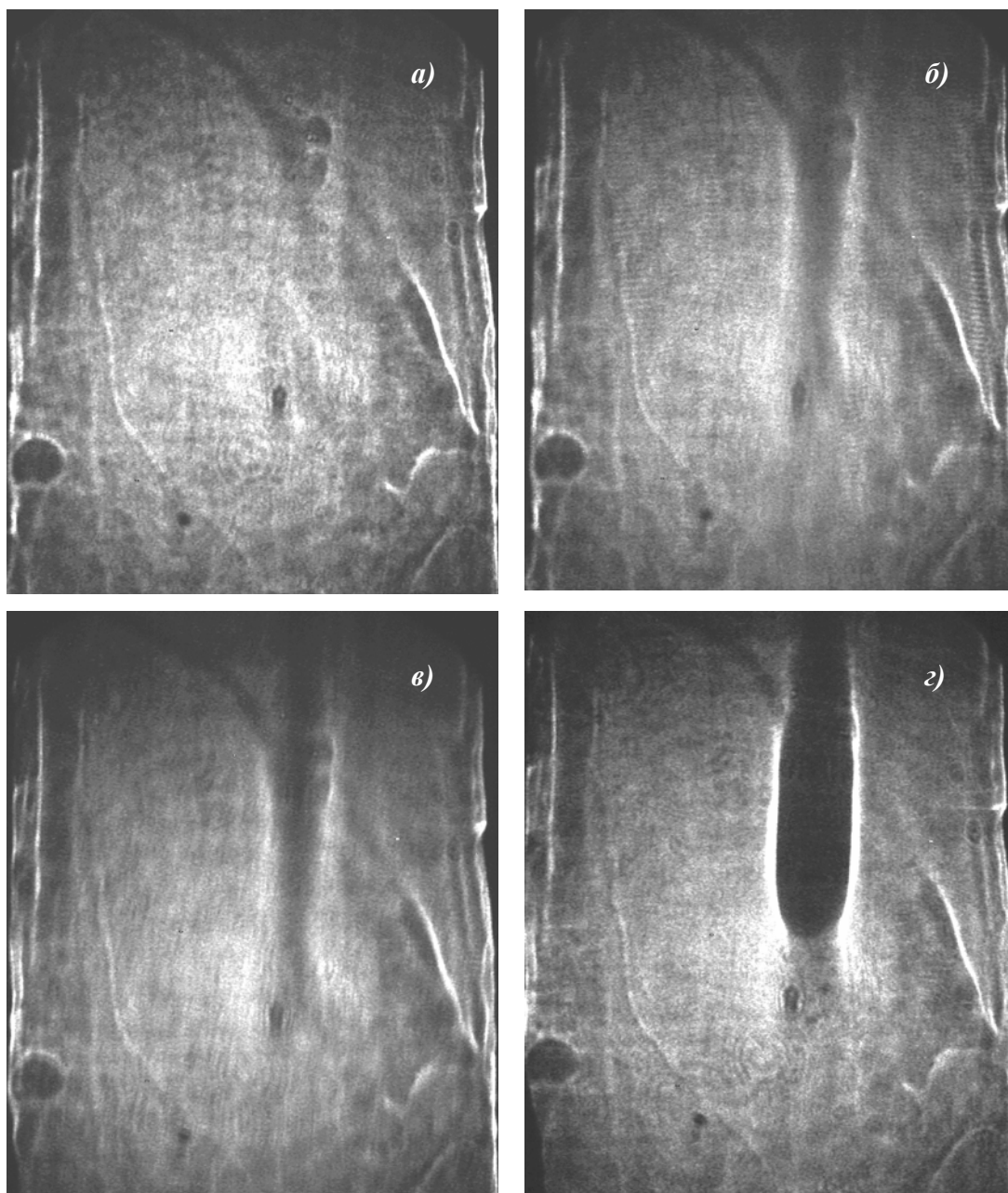


Рис. 9. Теневые картины области ультразвукового нагрева фантома из желатина, полученные в трех импульсно-периодических режимах одинаковой средней мощности $W_0 = 10.5 \text{ Вт}$ на 20-ой секунде ультразвукового воздействия: (а) – до озвучивания, (б) – линейный режим ($W_{\text{непр}} = 23 \text{ Вт}$), (в) – слабо нелинейный режим ($W_{\text{непр}} = 64 \text{ Вт}$), (г) – сильно нелинейный режим ($W_{\text{непр}} = 208 \text{ Вт}$). Излучатель находится снизу

нем, по всей видимости, разрывы не образовались, а следовательно, спектр такой волны не имел очень высоких частот, и поглощение не сильно отличалось от поглощения на основной частоте.

Совсем иначе дело обстоит в случае мощных (с точки зрения $W_{непр}$) волн: при прочих равных параметрах нагрев происходил значительно эффективнее, то есть за то же самое время фокальная область нагревалась сильнее, и кроме того, область сильного нагрева оказывалась существенно большего размера. Также следует отметить, что форма области нагрева во всех режимах в хорошей степени соответствовала для теплового воздействия «сигароподобной» форме. Таким образом, можно считать, что в используемых в работе режимах не обнаруживались ни нелинейное искажение формы области нагрева, ни рассеяние звука на парогазовых пузырьках, то есть не проявлялся эффект кавитации. Отмеченные наблюдения дают возможность утверждать, что исследуемый в работе нагрев происходил исключительно за счет прямого перехода энергии ультразвуковой волны в тепловую форму.

Главным результатом, который виден из рис. 9, является заметное повышение яркости и контраста теневой картины при импульсно-периодическом облучении волнами большой амплитуды (высокой средней интенсивности в импульсе, или что то же самое – высокой мощности $W_{непр}$). Это означает, что благодаря нелинейному искажению профиля мощной акустической волны и образованию ударных фронтов действительно происходило резкое возрастание диссипации энергии волны по сравнению со случаем волн малой средней интенсивности в импульсе (малых $W_{непр}$).

Поскольку в работе рассматривается в качестве фантома биологической ткани образец из желатина, абсолютная величина поглощения в котором все же меньше, чем в биологической ткани, может сложиться впечатление, что исследуемый нами механизм увеличения нагрева при нелинейном распространении и поглощении ультразвука характерен исключительно для сред с малым поглощением, то есть в реальных биологических мягких тканях наблюдаться не будет. Чтобы развеять сомнения на счет возможности медицинского применения обнаруженного эффекта, приведем результаты аналогичных исследований звукоиндуцированного нагрева для случая жидкой среды, характеризующейся высокой вязкостью (чтобы снизить эффект термоконтракции), и следовательно, сильным поглощением, полученные также методом оптической теневой визуализации. В качестве среды с более высоким,

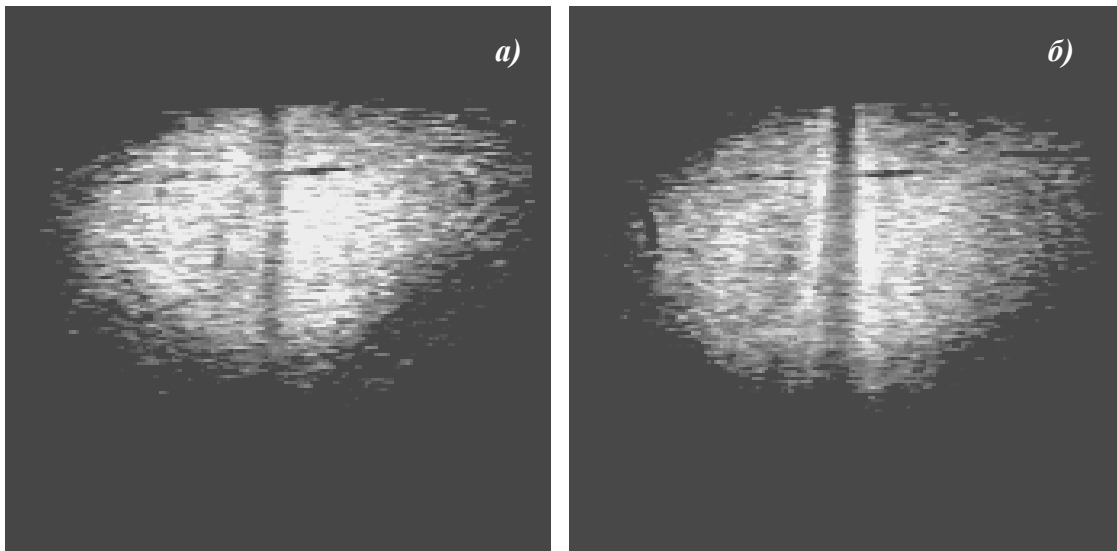


Рис. 10. Теневые картины области ультразвукового нагрева в глицерине, полученные в двух режимах одинаковой средней мощности $W_0 = 6.3 \text{ Вт}$: (а) – непрерывный режим низкой амплитуды, (б) – импульсно-периодический режим с высокой амплитудой давления. Излучатель находится сверху

по отношению к желатину, коэффициентом поглощения был выбран глицерин, который оптически является в достаточной степени прозрачным, чтобы использовать теневой метод визуализации. Кроме того, для глицерина на частоте 1 МГц акустическая длина поглощения $\alpha_{\text{глицерин}}^{-1} \approx 0.15 \text{ м}$, что несколько меньше, аналогичной величины для биологической ткани (например, для ткани типа печени $\alpha_{\text{печень}}^{-1} \approx 0.21 \text{ м}$).

Исследование ультразвукового нагрева жидкой среды проводилось только качественно с помощью установки, аналогичной представленной на рис. 2, с тем лишь отличием, что на месте образца 5 помещалась кювета из оргстекла размером $10 \times 10 \times 10 \text{ см}^3$, заполненная глицерином. Верхняя и нижняя грани кюветы были выполнены из звукопрозрачной полимерной пленки. Термопарный датчик при этом не использовался, а излучатель помещался не снизу, а сверху.

Нагрев исследовался в двух режимах одинаковой средней акустической мощности: непрерывном и импульсно-периодическом. Как и при облучении желатина, первый режим (непрерывный) соответствовал квазилинейному распространению, то есть имел относительно небольшую амплитуду даже в

фокальной области, а второй, импульсно-периодический, являлся сильно нелинейным, то есть в фокальной области амплитуда давления в импульсе была достаточно велика, чтобы при отсутствии глицерина (в воде) в этой области появлялись ударные фронты.

На рис. 10 показаны теневые картины области нагрева в глицерине, характерные для двух выбранных режимов излучения со средней акустической мощностью $W_0 = 6.3$ Вт. Несмотря на высокое поглощение в глицерине, также как и в случае нагрева желатина, на рис. 10 наблюдается заметное повышение яркости и контраста теневой картины при импульсно-периодическом облучении волнами большой амплитуды, то есть нелинейные эффекты и в этом случае усиливают нагрев.

Рассмотрим теперь количественные характеристики ультразвукового нагрева, проиллюстрированные на рис. 11 в виде временных зависимостей прироста температуры в точке фокуса в двух представленных выше режимах с одинаковой средней мощностью $W_0 = 10.5$ Вт: линейном $\tau_{имп.} \approx 460$ мкс, $W_{непр} = 23$ Вт и нелинейном $\tau_{имп.} \approx 50$ мкс и $W_{непр} = 208$ Вт. За начало отсчета времени выбран момент подключения пьезокерамического преобразователя к выходу усилителя мощности.

Измерения проводились во временном окне 300 секунд, при этом ультразвуковое воздействие прикладывалось в течение первых 40 секунд в линейном режиме или 15 секунд в нелинейном режиме, так как уже при таких условиях достигалось довольно сильное повышение температуры фантома. Дальнейший нагрев мог привести к необратимым изменениям желатина. Далее измерялись кривые остывания. Между измерениями выдерживался временной интервал в 20 минут, чтобы избежать влияния остывания образца после нагрева на результаты измерений температуры при последующем озвучивании.

Так как на начальном этапе нагрева скорость роста температуры пропорциональна мощности тепловых источников, то видно, что в случае ударных волн мощность тепловых источников оказалась в несколько раз выше, чем в случае распространения линейных волн. Анализ наклона кривых $\delta T(t) = T(t) - T_0$ на рис. 11 показывает, что в начальный момент времени их

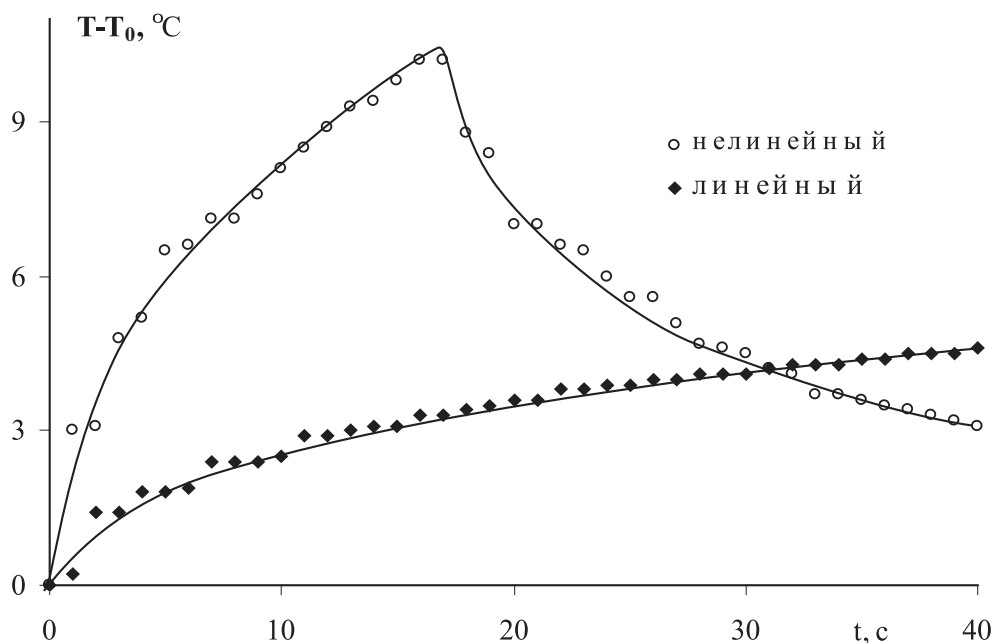


Рис. 11. Временные зависимости прироста температуры желатинового фантома, измеренные на акустической оси в фокальной плоскости излучателя в двух импульсно-периодических режимах средней мощности $W_0 = 10.5 \text{ Вт}$

тангенсы угла наклона отличаются примерно в 6 раз, то есть во столько же раз мощность тепловыделения нелинейной волны превышает мощность тепловыделения линейной волны. В работе проводилось численное моделирование рассматриваемого процесса, основанное на теории, учитывающей эффекты акустической нелинейности, фокусировки, дифракции, частотно зависимого поглощения, а также теплопроводности среды и особенности экспериментально использованных режимов. Описание теоретической модели приведено в §2.4. Теоретические результаты также предсказывают существенное повышение эффективности нагрева желатина в режимах, в которых наблюдаются ударные фронты.

На рис. 12 сплошными кривыми с экспериментальными точками приведены пространственные распределения поля температур в фокальной плоскости поперек акустической оси, измеренные на 15-ой секунде нагрева в линейном (рис. 12а) и нелинейном (рис. 12б) режимах. Отметим, что величина прироста температуры в нелинейном режиме примерно в 3 раза больше, что

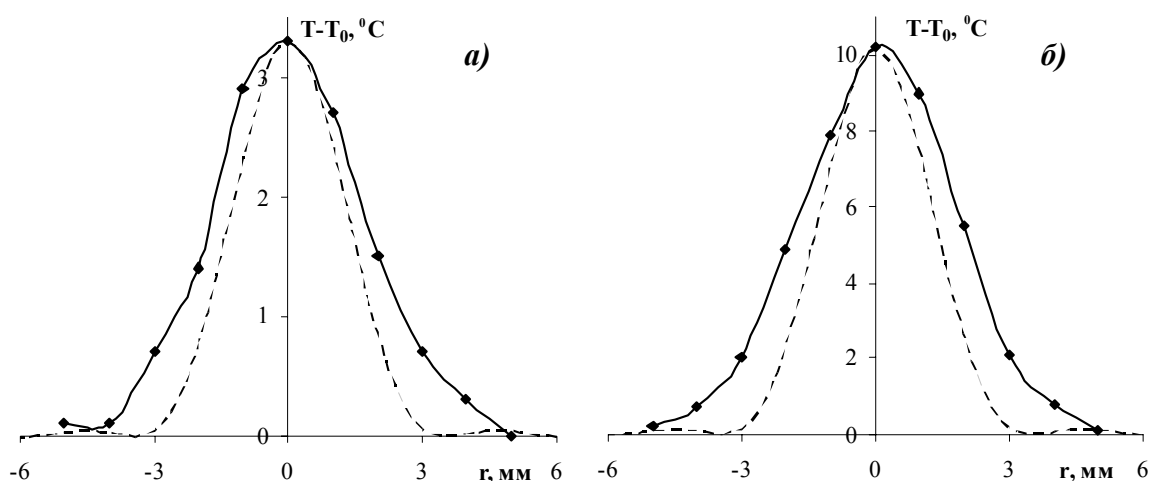


Рис. 12. Поперечные распределения прироста температуры нагрева в фокальной плоскости излучателя (сплошные линии), полученные для режимов одинаковой средней мощности на 15-ой секунде ультразвукового воздействия: а) в линейном режиме, б) в нелинейном режиме. Пунктирными линиями представлено нормированное поперечное распределение интенсивности ультразвуковой волны в линейном режиме излучения

также было предсказано при численном моделировании процесса. На тех же графиках представлено измеренное в линейном режиме пространственное распределение акустической интенсивности, нормированное таким образом, чтобы было удобно анализировать температурные распределения. К сожалению, измерение соответствующего распределения интенсивности в нелинейном режиме провести не удастся в связи с высокой вероятностью разрушения чувствительного элемента гидрофона при озвучивании ударными волнами большой амплитуды.

Как видно из представленных зависимостей, в случае нелинейного режима озвучивания нагрев среды происходит значительно сильнее, а следовательно, большая часть энергии поглотится в фокальной области пучка, то есть там, где это действительно требуется. Это означает, что в нелинейном режиме тот же самый локализованный приблизительно в фокальной области нагрев можно достичь при меньшей средней мощности акустического пучка. Следовательно, более слабому нагреву подвергнутся ткани, расположенные вблизи излучателя и за фокальной областью. Это оказывается очень важным для медицинских условий применения звукоиндуцированного нагрева, поскольку часто на практике приходится сталкиваться с проблемой появления

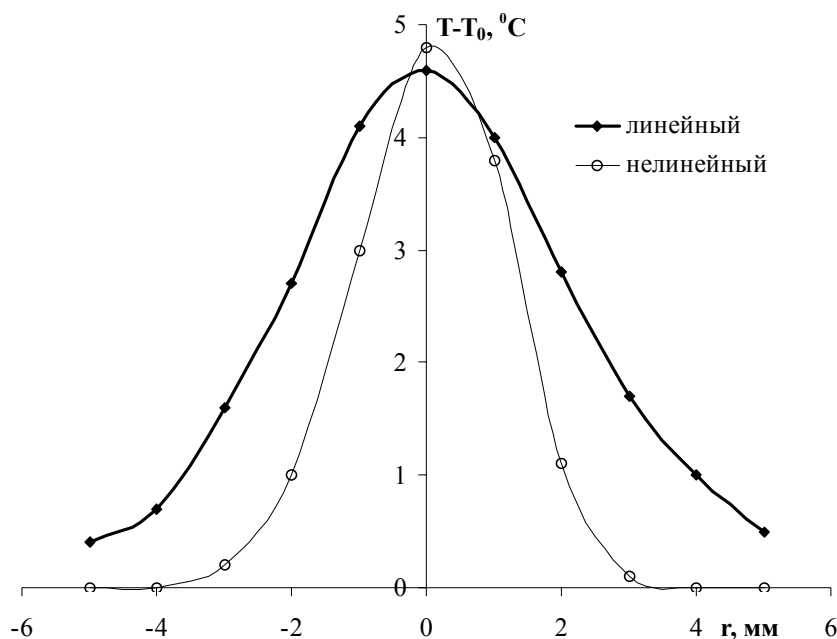


Рис. 13. Поперечные распределения прироста температуры нагрева в фокальной плоскости излучателя, полученные для режимов одинаковой средней мощности: толстая линия - в линейном режиме на 40-ой секунде, тонкая линия - в нелинейном режиме на 3-ей секунде ультразвукового воздействия

ожогов кожных покровов и тканей, лежащих непосредственно под ними. Это связано с тем, что такие акустические среды обладают очень высоким коэффициентом поглощения ультразвука уже на основной частоте воздействия. Таким образом, использование акустической нелинейности среды в процессе нагрева может привести к снижению побочного неблагоприятного воздействия на биологические ткани, в том числе, нагрев тканей, расположенных за фокальной областью в нелинейном режиме также окажется несколько ниже.

Кроме того, при использовании режимов одинаковой средней мощности нагрев до требуемой температуры в нелинейном режиме осуществляется за более короткое время и оказывается более локализованным. Это явление проиллюстрировано на рис. 13, где представлены два поперечных пространственных распределения прироста температуры желатина в фокальной плоскости в двух выбранных выше режимах. Сплошная кривая соответствует нагреву линейной волной за 40 секунд. Тонкая кривая показывает увеличение температуры за 3 секунды в нелинейном режиме. Распределения подобраны

таким образом, чтобы на оси пучка в фокальной плоскости увеличение температуры было примерно одинаковым. Хорошо видно, что ширина области нагрева для линейного и нелинейного режимов отличается почти в два раза. Объяснить это можно тем, что в нелинейном режиме генерация высоких гармоник происходит эффективнее в той области, где амплитуда волны выше, то есть, в центральной части фокальной области. Таким образом, именно в этой области пространства появляются хорошо локализованные мощные тепловые источники. Кроме того, за более короткое время ультразвукового воздействия (3 секунды вместо 40 секунд) отток тепла за счет теплопроводности желатина или биологической ткани происходит в меньшей степени.

§2.4. Теоретическое описание акустического поля и поля температур

Теоретическое представление процесса распространения акустической волны, индуцирующей нагрев среды или оказывающей акустическое радиационное давление, можно описать уравнением Хохлова-Заболотской-Кузнецова. Это уравнение учитывает явления фокусировки и дифракции пучка в акустически нелинейной среде при наличии диссипации и имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial \tau} - L_{abs} p \right) = \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} p. \quad (2.1)$$

Здесь функция $p = p(x, y, z, \tau)$ представляет собой акустическое давление в пучке, z – координата вдоль оси пучка, x и y – поперечные координаты, $\tau = t - z/c_0$ – время в «бегущей» системе координат, $c_0 = 1500$ м/с или 1540 м/с – скорость звука в воде или желатине соответственно, ρ_0 – равновесная плотность среды ($\rho_0 = 1.0$ г/см³ для воды и $\rho_0 = 1.1$ г/см³ для 20%-ного желатина), ε – нелинейный параметр ($\varepsilon = 3.5$ для воды и желатина одинаковым), $\Delta_{\perp} = \partial^2 / \partial r^2 + r^{-1} \partial / \partial r$ поперечный лапласиан для случая осесимметричного пучка.

Линейный оператор L_{abs} описывает поглощение волны в соответствии со степенным частотным законом поглощения, характерным как для биологических тканей, так и для желатина:

$$\alpha(f) = \alpha_0 (f/f_0)^\eta, \quad (2.2)$$

где показатель степени η близок к единице, α – коэффициент поглощения на частоте f , α_0 – на выбранной частоте f_0 [127]. Лабораторные измерения показали, что для желатина значения параметров η и α_0 оказываются соответственно равны $\eta = 1.6$ и $\alpha_0 = 0.011 \text{ см}^{-1}$ на частоте $f_0 = 1.0 \text{ МГц}$. Для случая распространения ультразвука в воде, можно считать $\eta = 2$, а коэффициент поглощения $\alpha_0 = b\omega_0^2 / 2c_0^3 \rho_0 = 2.533 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}$, где b – диссипативный параметр, $\omega_0 = 2\pi f_0$ – круговая частота.

Для того, чтобы найти поле фокусирующего круглого поршневого источника с фокальной длиной $F = 20 \text{ см}$ и радиусом апертуры $r_0 = 5 \text{ см}$, использовались граничные условия на плоскости $z = 0$, имеющие следующий вид:

$$p(z=0, r, \tau) = \begin{cases} p_0 \sin(\omega_0(\tau + r^2/2c_0 F)), & r < r_0 \\ 0, & r > r_0 \end{cases}. \quad (2.3)$$

Для нахождения пространственного распределения тепловых источников акустическое поле излучателя моделировалось численно. Для решения уравнения (2.1) использовался спектральный подход [128, 129], который особенно удобен, когда частотный закон поглощения в среде отличается от квадратичного и оператор L_{abs} имеет интегральный вид.

При построении численного алгоритма уравнение (2.1) переписывалось в безразмерных переменных:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial P}{\partial Z} - NP \frac{\partial P}{\partial \theta} - AL_{abs} P \right) = \frac{1}{4G} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial R} \right), \quad (2.4)$$

где $P = p/p_0$ – акустическое давление, нормированное на исходную амплитуду p_0 на источнике, $\theta = \omega_0 \tau$ – безразмерное время, $Z = z/F$ – координата распространения, нормированная на фокальную длину, $R = r/r_0$ – поперечная

координата, нормированная на радиус излучателя. Три безразмерные параметра N (нелинейность), G (дифракция) и A (поглощение)

$$N = \frac{F}{z_n}, \quad G = \frac{z_d}{F}, \quad A = \frac{F}{z_a} \quad (2.5)$$

характеризуют соотношения между четырьмя пространственными масштабами: фокальной длиной F , дифракционной длиной $z_d = \omega_0 r_0^2 / 2c_0$, длиной образования разрыва $z_n = c_0^3 \rho_0 / \varepsilon \omega_0 p_0$ в плоской волне и длиной поглощения на частоте излучения $z_a = \alpha_0^{-1}$. Граничное условие (2.3) тогда запишется в виде

$$P(Z=0, R, \theta) = \begin{cases} \sin(\theta + GR^2), & R \leq 1 \\ 0, & R > 1 \end{cases}. \quad (2.6)$$

Для дальнейшего моделирования спектральным методом решение уравнения (2.4) представлялось в виде Фурье-разложения с комплексными амплитудами гармоник C_n :

$$P(Z, R, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n(Z, R) \exp(-in\theta). \quad (2.7)$$

При подстановке разложения (2.7) в уравнение (2.4) получается связанная бесконечная система уравнений для амплитуд гармоник. Численное моделирование производится для конечного числа первых гармоник n_{max} , а для остальных гармоник $n > n_{max}$ амплитуды C_n полагаются равными нулю.

По найденным значениям амплитуд гармоник рассчитывается интенсивность для каждой гармоники $I_n = 4|C_n|^2 I_0$, где $I_0 = p_0^2 / 2\rho_0 c_0$ - интенсивность на источнике, и полная интенсивность волны

$$I(z, r) = \sum_{n=1}^{n_{max}} I_n(z, r). \quad (2.8)$$

При этом полная мощность пучка на том же расстоянии z от источника получается интегрированием средней интенсивности по поверхности соответствующей плоскости z :

$$W(z) = 2\pi \int_0^{\infty} I(z, r) r dr. \quad (2.9)$$

Чтобы приступить к расчету температурного поля, необходимо по найденным интенсивностям отдельных гармоник рассчитать мощность тепловых источников:

$$q_v(z, r) = 2 \sum_{n=1}^{n_{\max}} \alpha(nf_0) I_n(z, r), \quad (2.10)$$

где $\alpha(nf_0)$ - коэффициент поглощения на n -ой гармонике (2.2).

После этого для расчета поля температур можно использовать уравнение теплопроводности в форме:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \Delta T + \frac{q_v}{c_v}, \quad (2.11)$$

где $T = T(\vec{r}, t)$ - температура среды, $c_v = 4.2 \times 10^6 \text{ Дж}/(\text{°C м}^3)$ - теплоемкость единицы объема среды (вода), $\kappa = K/c_v = 1.2 \times 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ - коэффициент температуропроводности, K - коэффициент теплопроводности среды, Δ - оператор Лапласа.

При этом учет импульсной периодичности используемого режима производился при расчете мощности тепловых источников, то есть перед тем как подставлять в уравнение (2.11) мощность тепловых источников $q_v(z, r)$ умножалась на эффективное время действия ультразвука, то есть на величину равную произведению длительности импульса и частоты повторения импульсов $\tau_{\text{имп.}} \cdot f_{\text{повт.}}$, то есть уравнение теплопроводности переписывалось в виде:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \Delta T + \tau_{\text{имп.}} \cdot f_{\text{повт.}} \cdot \frac{q_v}{c_v} \quad (2.12)$$

Интегрирование уравнений (2.4) и (2.12) проводилось методом расщепления по физическим факторам.

§2.5. Обсуждение результатов

Исследования зависимости полной мощности акустического пучка в воде в условиях, характерных для терапевтического применения ультразвука, во всех режимах показывают слабую зависимость полной акустической мощности пучка от расстояния вблизи источника и за фокальной областью. Это означает, что в этих областях пространства акустическая нелинейность среды слабо влияет на процесс преобразования энергии волны в тепловой вид. Можно считать, что в соответствующих импульсно-периодических режимах одинаковой полной мощности нагрев будет происходить практически одинаково. На расстояниях порядка фокальной длины, где в режимах с большей амплитудой в импульсах наблюдается довольно ярко выраженное уменьшение полной мощности пучка, следует ожидать существенно более эффективного нагрева именно в фокальной области, где наиболее сильно проявляется акустическая нелинейность среды, и форма волны становится близкой к пилообразной.

Проведенное в работе количественное изучение нагрева, на примере пространственных и временных зависимостей температуры нагрева, позволяет сделать вывод о значительно более быстром локальном нагреве среды в условиях, когда в профиле волны в фокальной области образуются разрывы. Так, например, ультразвуковой нагрев в фокусе до какой-то определенной температуры в таком режиме происходит существенно быстрее, чем в импульсно-периодическом режиме той же средней мощности, с меньшей скважностью, когда профиль волны даже в фокусе остается близким к синусоидальному. При этом в первом режиме поперечное распределение поля температуры нагрева оказывается уже, поскольку нелинейные источники локализованы в меньшей области, а кроме того, теплопроводность за меньшее время успевает в меньшей степени «размазать» тепло по пространству.

Отметим хорошее качественное и количественное согласие экспериментальных и численных результатов, полученных при исследовании зависимости полной мощности ультразвукового пучка от расстояния и ультразвукового нагрева в желатине. Несущественные отличия теории от

эксперимента могут быть обусловлены, например, наличием слабо выраженной кавитации, которая не учитывается в теоретической модели.

Обобщение результатов изучения явления акустического нагрева методом оптической теневой визуализации, на примере желатиновых фантомов и глицерина, которые существенно отличаются по величине коэффициента поглощения в мегагерцовом диапазоне, позволяет утверждать, что и в биологических тканях, которые характеризуются некоторым промежуточным значением этого параметра, нелинейность среды должна существенно усиливать индуцируемый нагрев.

Таким образом, полученные в работе результаты дают возможность перенести общие закономерности акустического нагрева на условия применения к биологическим тканям. В частности, при ультразвуковой обработке мягких биотканей фокусированными пучками большой амплитуды в фокусе следует ожидать существенно более быстрого роста температуры, чем предсказывает линейная теория, а следовательно, при составлении протокола воздействия ультразвуком в реальных клинических условиях необходимо проводить моделирование процесса озвучивания с учетом нелинейности среды.

Отмеченные выше особенности нелинейного акустического нагрева, в частности, могут способствовать повышению эффективности нагрева биологической ткани, а следовательно, снижению времени ультразвуковой процедуры при использовании нелинейных режимов в медицинских целях (гипертермия), например, при использовании режима трекового облучения, когда ультразвуковой источник в процессе работы с определенной скоростью перемещают в направлении, перпендикулярном акустической оси в процессе обработки раковых опухолей больших пространственных размеров [130, 131, 132].

Кроме того, уменьшение времени обработки биоткани за счет более эффективного поглощения нелинейно искаженной в фокальной области волны при фиксированной полной мощности ультразвукового пучка, должно способствовать снижению риска возникновения неблагоприятного перегрева здоровых тканей вне области желаемого воздействия.

§2.6. Выводы Главы 2

Наличие крутых участков в профиле ультразвуковой волны приводит к сильному увеличению мощности звукоиндуцированного нагрева среды в фокальной области излучателя. Так, например, скорость роста температуры в фокусе может быть увеличена почти на порядок, при постоянной средней мощности волны, только за счет включения механизма нелинейного поглощения энергии. При этом немного уменьшается поперечный размер нагреваемой области.

Показано, что в воде полная мощность фокусированного пучка с параметрами, типичными для терапевтического ультразвука, не зависит от расстояния между источником и датчиком вплоть до границы фокальной области, несмотря на изрезанную дифракционную структуру акустического поля. В фокальной области полная мощность уменьшается из-за проявления эффекта акустической нелинейности. Экспериментальные данные находятся в хорошем согласии с результатами теоретических расчетов на основе уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова.

Использование импульсно-периодических режимов ультразвукового воздействия с меньшей длительностью импульсов, но большей их амплитудой, позволяет существенно снизить время озвучивания за счет более быстрого нелинейного нагрева.

Снижение времени воздействия ультразвука при постоянной средней акустической мощности может оказать существенную помощь в решении проблемы побочного перегрева здоровых мягких тканей человека при медицинском применении ультразвука к терапии внутренних образований, поскольку меньшему тепловому воздействию подвергнутся ткани, расположенные на пути волны от источника к фокусу, где нелинейные эффекты практически не проявляются.

Глава 3. ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ СРЕДЫ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ГЕНЕРАЦИИ СДВИГОВЫХ ВОЛН ПРИ ПОГЛОЩЕНИИ УЛЬТРАЗВУКА

При поглощении и рассеянии ультразвуковая волна передает среде часть своего количества движения. Как следствие, амплитудно модулированная волна вызывает в среде низкочастотные (средние) упругие напряжения – радиационное давление [133]. В жидкостях и газах это приводит к возникновению акустического ветра или течения. В средах со сдвиговой упругостью при локализации ультразвука в виде пучка соответствующие напряжения сдвига порождают поперечную волну, распространяющуюся в направлении, перпендикулярном оси пучка (рис. 14). В твёрдых телах этот эффект незначителен, однако он может стать заметным в гелеобразных средах, где модуль сдвига мал и поэтому соответствующая сдвиговая деформация относительно велика. К таким средам относятся резины, гели, мягкие биологические ткани.

Регистрация амплитуды или скорости распространения поперечных возмущений позволяет провести измерение сдвигового модуля среды. Как уже обсуждалось в §1.2, подобная методика может оказаться перспективной в

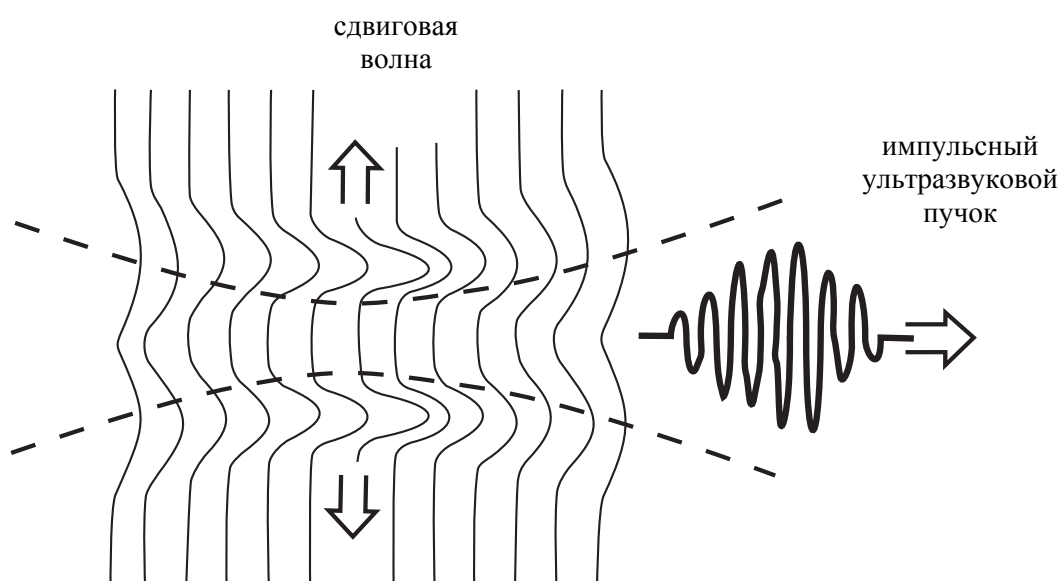


Рис. 14. Генерация сдвиговой волны ультразвуковым импульсом. Пунктирная линия показывает границы пучка, сплошные линии отображают смещения, рождающиеся в фокальной области и распространяющиеся в поперечном направлении

медицинских приложениях, например, для ранней диагностики рака, поскольку значения сдвиговых модулей для здоровых и пораженных раком тканей отличаются на порядки [11].

Если используется фокусированный акустический пучок, то наиболее эффективная генерация волн сдвига происходит в фокальной области, то есть оказывается локализованной в пространстве на некотором расстоянии от механического устройства – ультразвукового излучателя. Таким образом, возможно локальное возбуждение сдвиговых волн в толще среды на значительном расстоянии от ее поверхности.

Основная трудность в использовании указанного явления связана с тем, что возбуждаемые сдвиговые волны обычно являются очень слабыми и поэтому трудно регистрируются. Следовательно, важным является поиск путей повышения эффективности генерации сдвиговых напряжений. В настоящей работе предлагается один из таких способов. Для повышения эффективности генерации сдвиговых волн предлагается использовать фокусированные ультразвуковые импульсы большой амплитуды, профиль которых по мере распространения испытывает нелинейные искажения.

В этой главе описывается экспериментальная работа, проведённая на образцах из желатина различной концентрации (т.е. имеющих разные значения модуля сдвига). В работе наглядно показывается, что при постоянной полной энергии акустического импульса можно добиться значительного увеличения амплитуды сдвиговой волны путем уменьшения длительности возбуждающего импульса при одновременном повышении его амплитуды до тех значений, когда в профиле волны в фокальной области пучка образуются разрывы. Проводится теоретический расчет, позволяющий сравнить эффективности процессов возбуждения сдвиговой волны с учетом и без учета нелинейности среды и оценить выигрыш. Представляются результаты измерения модуля сдвига фантомов из желатина разной концентрации, полученные в режиме возбуждения сдвиговых волн короткими ультразвуковыми импульсами большой амплитуды.

§ 3.1. Описание экспериментальной установки

В экспериментальной работе использовалась установка, схема которой приведена на рис. 15. Ультразвуковой пучок 1 создавался фокусирующим пьезокерамическим преобразователем 2 диаметром 10 см и радиусом кривизны 20 см, работающим на частоте антирезонанса 1.092 МГц. Продольный и поперечный размеры фокальной области, измеренные по нулям распределения амплитуды поля давления, составили соответственно 87 мм и 7 мм. Возбуждение излучателя производилось электрическим сигналом с генератора 3 (НР33120А) через усилитель мощности 4 (ENI AP400В). Применялся импульсный режим возбуждения с прямоугольной огибающей радиоимпульсов. Длительность импульсов изменялась в пределах от 40 до 700 мкс.

Ультразвуковой излучатель погружался в кювету с водой 5 размером $20 \times 20 \times 60$ см³ и мог перемещаться с помощью системы позиционирования 6 (Velmex VP9000, USA) в трех взаимно перпендикулярных направлениях. В фокальную область ультразвукового пучка помещался образец из желатина 7, имеющий форму цилиндра диаметром 80 мм и длиной образующей 65 мм. На рис. 16 представлена фотография пьезопреобразователя (слева) и одного из

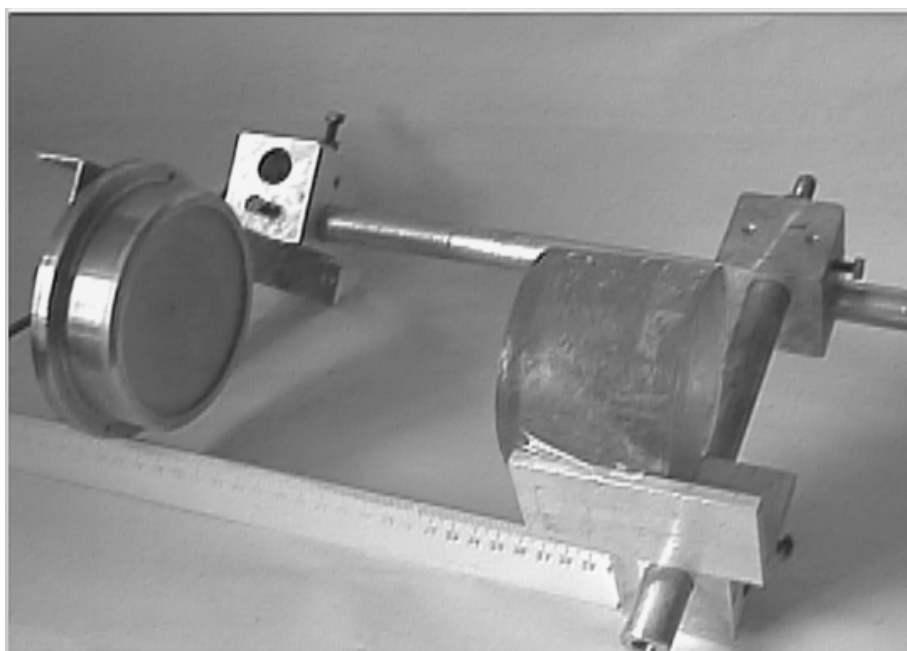


Рис. 16. Фотография пьезокерамического ультразвукового излучателя (слева) и образца из желатина (справа)

желатиновых образцов (справа). Образец размещался так, чтобы ось цилиндра совпадала с акустической осью, а его центральное поперечное сечение лежало в фокальной плоскости излучателя.

Поскольку желатиновые фантомы биоткани являются в достаточной степени прозрачными оптически, то для регистрации волн сдвига была выбрана оптическая схема, описанная в статье [90]: на край «вмороженной» в среду непрозрачной частички 8 с характерным размером 60 - 300 мкм фокусировался луч гелий-неонового лазера 9. С приходом сдвиговой волны частичка-затвор смещалась вместе с частицами среды, слегка перекрывая световой луч, и, таким образом, модулируя проходящую энергию лазерного луча. Световой сигнал регистрировался светодиодом 10. Положение рабочей точки (пространственное положение частицы-затвора поперек луча гелий-неонового лазера) выбиралось таким образом, чтобы обеспечивать линейную зависимость электрического напряжения на светодиоде от смещения вмороженной частицы, то есть от сдвигового смещения частиц среды. Напряжение на светодиоде измерялось цифровым осциллографом 11.

Чтобы иметь возможность поместить указанные выше частички-затворы в центральное сечение, перпендикулярное оси цилиндра, образец из желатина изготавливался в два этапа: на первом этапе желатином заливалась только половина формы, на втором - после частичного или полного затвердевания желатина укладывались непрозрачные частички, и заливалась вторая половина формы.

§ 3.2. Описание экспериментальных исследований

Целью измерений было показать, что при использовании фокусированной акустической волны, в профиле которой в фокальной области имеются ударные участки, процесс возбуждения сдвиговых импульсов идет значительно эффективнее. Для этого использовались ультразвуковые импульсы разной амплитуды, но одинаковой энергии (за счёт соответствующего подбора длительности). Если бы распространение ультразвука в среде было линейным, то амплитуда сдвиговой волны,

возбуждаемой акустическими импульсами одной и той же полной энергии, была бы одинаковой для всех выбранных режимов [90]. Однако при наличии нелинейности профиль ультразвуковой волны в фокальной области пучка искажается, и при достаточно большой амплитуде возникают ударные участки, т.е. профиль становится пилообразным. Это означает, что спектр волны существенно расширяется в область высоких частот. Как следствие, волна поглощается эффективнее, поскольку величина коэффициента поглощения растет с частотой, и значит, передаёт среде бóльшую часть своего количества движения, чем в случае линейного распространения. Таким образом, в нелинейном режиме можно ожидать существенного повышения амплитуды возникающего сдвигового возмущения.

Калибровка режимов по величине полной энергии акустических импульсов производилась методом измерения средней радиационной силы, оказываемой периодической последовательностью импульсов (с фиксированной для всех режимов частотой повторения импульсов) на широкоапертурную мишень-поглотитель [125]. Подробное описание метода приведено в главе 2 в §2.2.

Чтобы убедиться в том, что акустические сигналы в выбранных режимах действительно были в разной степени подвержены нелинейным искажениям, проводилось измерение формы волны в фокальной области пучка в воде с помощью широкополосного мембранного ПВДФ гидрофона с диаметром чувствительного участка 0.5 мм. Измерения были аналогичны описанным выше в главе 2. На рис. 17 представлены волновые профили самого короткого и самого длинного импульсов в фокальной области излучателя, измеренные в воде: на рис. 17а,б показаны импульсы целиком, а на рис. 17в, г – три периода из их центральной части.

Отметим, что электрический сигнал на пьезопреобразователе, а значит и излучаемая им ультразвуковая волна, в обоих случаях были в хорошей степени синусоидальными.

Как видно из рис. 17, в фокусе излучателя волна действительно оказывается искажена, особенно сильно это проявляется для случая волны

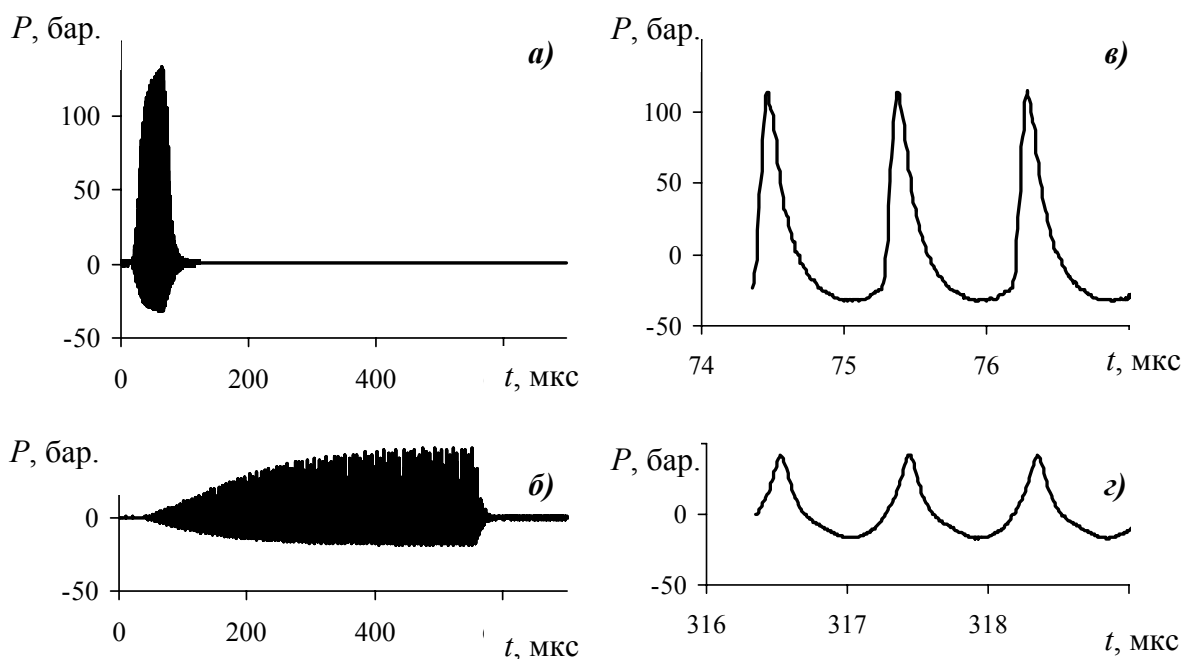


Рис. 17. Форма ультразвукового импульса в точке фокуса в широком (а, б) и узком (в, г) временном окне. Кривые а) и в) соответствуют нелинейному режиму, а кривые б) и г) – квазилинейному режиму

большой амплитуды: в профиле первого импульса ярко выражены ударные фронты, второй профиль (меньшей амплитуды) менее искажен. Таким образом, при сравнении эффективности генерации сдвиговых волн в указанных двух режимах влияние акустической нелинейности среды должно было проявиться в различной степени.

Для описанных выше двух режимов на образце из желатина с концентрацией по массе равной 4.5 % были экспериментально получены профили сдвиговых импульсов в плоскости фокуса на разных расстояниях от акустической оси пучка (5, 6 и 7 мм соответственно), которые отображены на рис. 18. Рис. 18а соответствует режиму возбуждения сдвиговой волны при прохождении короткого высокоамплитудного импульса (нелинейный режим), а рис. 18б – длинного импульса со значительно меньшей амплитудой (квазилинейный режим), но той же полной энергией $E = 4.2$ мДж. Все кривые нормированы на максимальное значение сдвига на оси пучка в нелинейном режиме возбуждения.

Хотя рисунки 18а и 18б очень похожи, следует отметить, что масштаб по оси ординат на них отличается в 10 раз. Таким образом, как и следовало

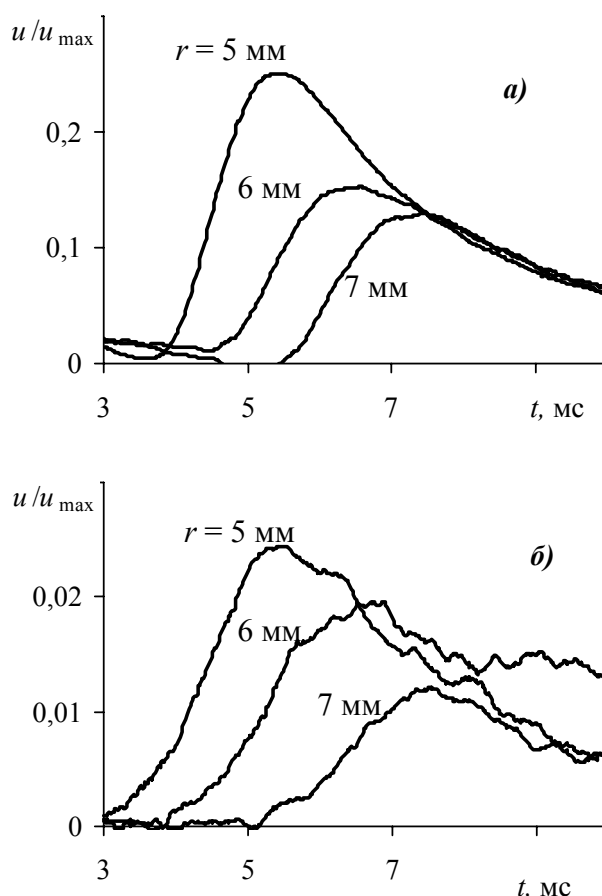


Рис. 18. Временные профили сдвигового импульса (сигнал фотодиода u), измеренные в фокальной плоскости на трех разных расстояниях от акустической оси r : а) нелинейный режим, б) квазилинейный режим. Для всех кривых величина смещения нормирована на максимальное значение в нелинейном режиме u_{\max}

ожидать, на соответствующих расстояниях профили сигналов в нелинейном и квазилинейном режимах выглядят почти одинаково, однако амплитуды сдвиговых волн существенно отличаются.

В квазилинейном режиме из-за малости сдвиговых смещений амплитуда электрического сигнала на светодиоде была сравнима с амплитудой шума, поэтому, чтобы выделить сдвиговую волну из шумового сигнала, приходилось пользоваться усреднением по 300-400 реализациям.

Представленные на рис. 18 результаты дают возможность утверждать, что предположение о росте эффективности генерации сдвиговых волн за счёт «включения» акустической нелинейности среды является справедливым. Аналогичные представленным выше результаты были получены и для других

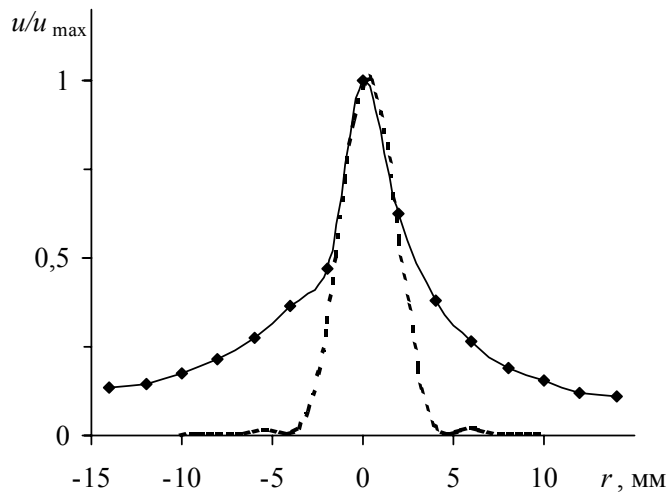


Рис. 19. Поперечное распределение амплитуды сдвиговой волны в фокальной плоскости излучателя, измеренное в нелинейном режиме (сплошная линия), и поперечный профиль интенсивности (пунктирная линия). Кривые нормированы на соответствующие максимальные значения

ультразвуковых режимов с разной энергией импульсов и на образцах с разной концентрацией желатина.

Представляет интерес и другой вопрос: насколько далеко от места возбуждения можно зарегистрировать сдвиговые волны? На рис. 19 приведено поперечное распределение пикового значения смещения в сдвиговой волне, полученное в нелинейном режиме (длительность ультразвукового импульса равна 55 мкс, полная энергия одного импульса 4.2 мДж). Отображенные в работе в виде графиков результаты были получены в образце из желатина концентрации 4.5% по массе. Пунктирной линией на рисунке 19 показано экспериментально измеренное поперечное распределение интенсивности акустической волны в линейном режиме в фокальной плоскости, которое соответствует примерному распределению источников сдвиговых волн. Обе кривые нормированы на соответствующие им максимальные значения. Хорошо видно, что хотя сдвиговая волна является быстро затухающей, она все же распространяется на значительное расстояние от оси акустического пучка и выходит за пределы фокальной области, что позволяет с достаточно высокой точностью измерить скорость распространения сдвиговых волн c_t , а, следовательно, найти модуль сдвига среды $\mu = \rho c_t^2$.

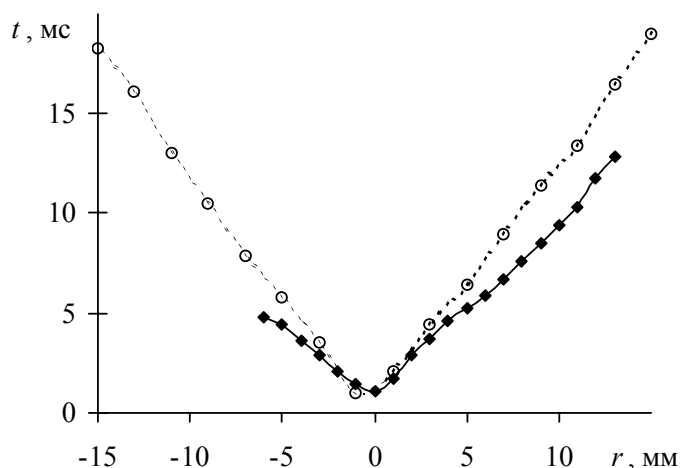


Рис. 20. Зависимость времени задержки пика сдвиговой волны от поперечной координаты r . Измерения проводились в нелинейном режиме. Пунктирная линия соответствует концентрации желатина, равной 4.5%, сплошная линия – 6.7%

На рис. 20 представлены зависимости времени регистрации максимума сдвигового импульса на расстояниях r в зависимости от самого расстояния r между точкой регистрации (положением частички-затвора) и осью возбуждающего ультразвукового пучка. Две кривые соответствуют двум разным концентрациям желатина (4.5% и 6.7% по массе) и получены при использовании нелинейных акустических импульсов. Тангенс угла наклона этих кривых обратно пропорционален скорости распространения сдвиговых волн в соответствующем материале. Для концентраций желатина 4.5% и 6.7% результаты измерений на рис. 20 дают значения скорости распространения поперечных волн $c_t = 0.8$ м/с и 1.2 м/с и модуля сдвига $\mu = 690$ Па и 1450 Па соответственно. Эти значения с высокой точностью совпали с величинами модуля сдвига, измеренными методом вдавливания жесткого шарика [134,94]. Таким образом, бесконтактное возбуждение и регистрация сдвиговых волн позволяют провести измерение сдвигового модуля, то есть диагностику среды по этому параметру.

§ 3.3. Теоретическое описание наблюдаемых эффектов

Сдвиговые возмущения, в силу их малости, могут быть описаны в рамках линейной теории. Смещение частиц упругой среды \vec{u} в поле сил \vec{F} можно описать уравнением

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \left(K + \frac{\mu}{3} \right) \text{grad div} \vec{u} + \mu \Delta \vec{u} + \rho \vec{F}, \quad (3.1)$$

где K и μ – модули всестороннего сжатия и сдвига соответственно, \vec{F} – объемная плотность сил, действующая со стороны ультразвукового пучка, t – время, ρ – плотность среды. Пусть в среде распространяется слабо расходящийся пучок акустических волн, имеющий круглое сечение. Обозначим продольную и поперечную координаты соответственно через z и r . Тогда поперечной составляющей F_r силы \vec{F} можно пренебречь в силу ее малости по сравнению с продольной составляющей F_z .

Заметим, что если поперечный размер пучка много меньше длины поглощения, что соответствует рассмотренным выше экспериментальным условиям, то сила F_z изменяется преимущественно в поперечном направлении, уменьшаясь при удалении от оси, а ее зависимость от продольной координаты является слабой. В указанных условиях можно пренебречь зависимостью деформации среды от продольной координаты и считать, что смещение частиц происходит только вдоль оси z . Тогда уравнение (3.1) принимает вид неоднородного волнового уравнения для сдвиговой цилиндрической волны:

$$\frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - c_t^2 \Delta_{\perp} u_z = F_z(r, t), \quad (3.2)$$

где $c_t = \sqrt{\mu/\rho}$ – скорость сдвиговых волн, $\Delta_{\perp} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2}$ – поперечный лапласиан. Вид решения волнового уравнения (3.2) определяется зависимостью объёмной силы F_z от координаты и времени. Если зависимость силы от времени во всех точках пространства описывается одной и той же функцией $\varphi(t)$, то справедлива запись $F_z = \Phi(r)\varphi(t)$, где $\Phi(r)$ задаёт поперечный

профиль акустического пучка. Как показано в работе [90], для короткого импульса $\varphi = \delta(t)$, где $\delta(t)$ - дельта-функция, с поперечным профилем пучка вида $\Phi(r) = F_0 \cdot (1 + r^2/a^2)^{-3/2}$ решение уравнения (3.2), т.е. импульсный отклик, выражается аналитически:

$$h(r, t) = \frac{aF_0}{2c_t} \cdot \theta(t) \cdot \sqrt{\frac{(\sqrt{A} + \sqrt{B})^2 - 4 \cdot (1 + r^2/a^2)}{AB}}, \quad (3.3)$$

где $A = 1 + (r + c_t t)^2/a^2$, $B = 1 + (r - c_t t)^2/a^2$, a - радиус звукового пучка, $\theta(t)$ - ступенчатая функция Хевисайда. Согласно (3.3), характерная длительность импульсного отклика совпадает со временем пробега сдвиговой волны по области возбуждения $t_a = a/c_t$. Решение при произвольной зависимости $\varphi(t)$ выражается в виде свертки $u_z = h * \varphi$. Если длительность воздействия $t_0 \ll t_a$, то профиль сдвиговой волны совпадает с профилем импульсного отклика: $u_z = t_0 \cdot h(r, t)$. Как видно из (3.3), смещение среды сильнее всего проявляется на оси пучка ($r = 0$), где оно зависит от времени как $u_z = F_0 t / (1 + (c_t t/a)^2)$. Отсюда следует, что максимальный сдвиг среды под действием импульсной радиационной силы составляет

$$u_{\max} = \frac{at_0 F_0}{2c_t}, \quad (3.4)$$

Результат (3.4) соответствует следующей временной зависимости объёмной силы на оси пучка: $F_z(0, t) = F_0$ в интервале $0 \leq t \leq t_0$ и $F_z = 0$ вне этого интервала.

Для сравнения линейного и нелинейного режимов требуется провести расчёт объёмной силы F_z . В вязкой теплопроводящей среде величина силы радиационного давления может быть записана в виде [135]:

$$F_z = \frac{b}{c_t^5 \rho^3} \overline{\left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)^2}, \quad (3.5)$$

где c_l - скорость продольных волн, p – акустическое давление в ультразвуковом пучке, $b = \zeta + \frac{4}{3}\eta + \kappa \left(\frac{1}{C_v} - \frac{1}{C_p} \right)$ - диссипативный коэффициент, ζ и η - объёмная и сдвиговая вязкости, κ – коэффициент теплопроводности, C_p и C_v – удельная теплоемкость среды при постоянном давлении и объеме соответственно, черта обозначает операцию усреднения по периоду ультразвуковой волны. При использовании ультразвука малой амплитуды форма волны в пределах импульса является синусоидальной: $p = p_0 \sin \omega t$. В этом случае из (3.5) получаем:

$$F_0^{lin} = \alpha p_0^2 / \rho^2 c_l^2, \quad (3.6)$$

где $\alpha = b\omega^2 / 2\rho c_l^3$ - коэффициент поглощения ультразвука, индекс «lin» указывает на линейный случай. С учётом того, что $I = p_0^2 / 2\rho c_l$ есть интенсивность волны, из (3.4) и (3.6) следует:

$$u_{\max}^{lin} = \frac{\alpha a}{\rho c_l c_t} \cdot t_0 I. \quad (3.7)$$

Как видно из этого выражения, сдвиг среды под действием радиационной силы пропорционален величине $t_0 I$, т.е. определяется именно энергией ультразвукового импульса, а не его интенсивностью. Следовательно, в линейном режиме ультразвуковые импульсы разной амплитуды p_0 , но равной полной энергии дают одинаковые сдвиговые сигналы при выполнении условия $t_0 \leq t_a$.

Рассмотрим теперь, что изменится, если возбуждение сдвигового сигнала происходит акустическим импульсом той же длительности t_0 , но не с синусоидальным, а пилообразным заполнением. Такую форму ультразвуковая волна приобретает в результате нелинейной эволюции (см. рис. 17б). Распространение плоских волн в нелинейной диссипативной среде описывается уравнением Бюргерса:

$$\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_l^3} p \frac{\partial p}{\partial \tau} = \frac{b}{2\rho_0 c_l^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2}, \quad (3.8)$$

где $\tau = t - z/c_l$ - время в сопровождающей системе координат, ε – параметр акустической нелинейности среды. Профиль пилообразной волны на одном периоде описывается решением Хохлова [136], которое имеет вид:

$$p = \frac{p_s}{2} \left[-\frac{\omega\tau}{\pi} + \operatorname{th} \left(\frac{p_s\tau}{2b} \right) \right], \quad -\pi \leq \omega\tau \leq \pi, \quad (3.9)$$

где p_s - величина скачка давления на ударном переходе. Величина же этого скачка зависит от расстояния как $p_s = 2\pi p_0 / (1 + \sigma)$, где $\sigma = \varepsilon \omega p_0 z / \rho c_l^3$ - расстояние от излучателя, нормированное на длину формирования разрыва, p_0 - некоторое характерное значение амплитуды волны. Однако в наших расчётах конкретный вид зависимости $p_s(z)$ роли не играет. Будем интересоваться случаем волн большой амплитуды $p_s / b\omega \gg 1$. Формально рассмотрение волн большой амплитуды соответствует переходу $b \rightarrow 0$ в выражении (3.9), при этом профиль становится разрывным. Подставляя решение (3.9) в выражение для силы радиационного давления (3.5), проводя усреднение и затем устремляя $b \rightarrow 0$, получим

$$F_0^{nl} = \frac{\varepsilon f}{6\rho^3 c_l^5} p_s^3, \quad (3.10)$$

здесь $f = \omega/2\pi$ – частота волны. Индекс «*nl*» указывает на то, что оценка (3.10) относится к случаю нелинейного распространения ультразвука. Отметим два важных отличия нелинейного случая (3.10) от линейного (3.6). Во-первых, радиационная сила не зависит от коэффициента линейного поглощения среды. Во-вторых, радиационная сила в случае пилообразного профиля пропорциональна кубу, а не квадрату амплитуды волны. Последнее обстоятельство является принципиальным и указывает на возможность повышения эффективности генерации сдвиговых волн в нелинейном режиме. Заметим, что интенсивность пилообразной волны выражается как $I = p_s^2 / 12\rho c_l$. Из формул (3.4) и (3.10) получим:

$$u_{\max}^{nl} = \frac{\varepsilon f a}{\rho^2 c_l^4 c_t} \cdot t_0 I p_s. \quad (3.11)$$

Как видно, при фиксированной энергии импульса ($t_0 I = \text{const}$) эффективность возбуждения прямо пропорциональна величине скачка давления p_s на ударных переходах пилообразной волны. Напомним, что в линейном случае никакой зависимости от амплитуды нет (см. (3.7)). Сравнивая формулы (3.7) и (3.11) при одинаковой интенсивности синусоидальной и пилообразной волн, получим следующее отношение амплитуд сдвиговых сигналов:

$$M = \frac{u_{\max}^{nl}}{u_{\max}^{lin}} = \frac{\varepsilon f p_s}{\alpha \rho c_l^3}. \quad (3.12)$$

Таким образом, получаем, что фактор M пропорционален амплитуде акустической волны p_s , то есть для ультразвука высокой интенсивности может быть значительно больше единицы. В желатине характерные параметры имеют следующие порядки значений: $\alpha = 1 \text{ м}^{-1}$, $\varepsilon = 4$, $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $c_l = 1.5 \times 10^3 \text{ м/с}$. Для использованных в эксперименте ультразвуковых волн с амплитудой $p_s = 10^7 \text{ Па}$ и частотой $f = 10^6 \text{ Гц}$ получаем, что при заданной энергии импульса максимальная величина сдвига в условиях проявления нелинейности среды в $M \approx 10$ раз больше, чем при линейном распространении. Эта оценка отлично подтверждается в эксперименте (см. рис. 18).

§ 3.4. Выводы Главы 3

Эффективность процесса генерации сдвиговых волн может быть значительно повышена за счет использования явления нелинейного распространения акустической волны, то есть при использовании импульсов, волновой профиль которых содержит ударные фронты.

Возможность увеличения амплитуды акустически возбуждаемых сдвигов может быть использована при ультразвуковой диагностике неблагоприятных изменений состояния внутренних мягких тканей человека, основанной на бесконтактном измерении величины сдвигового модуля среды.

Безусловно, при использовании пилообразных сигналов в медицинской диагностике необходимо быть уверенными, что они не приводят к повреждению тканей, т.е. не возникают кавитация и перегрев среды. Такие

условия достигаются при использовании редко повторяющихся коротких импульсов меггерцевого диапазона. Например, пилообразные профили наблюдаются при работе некоторых диагностических ультразвуковых устройств в кардиологических приложениях [137].

Глава 4. АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ СИЛЬНО ФОКУСИРУЮЩЕГО ИСТОЧНИКА ПРИ УЧЕТЕ ДИФРАКЦИИ НА ВОГНУТОЙ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

В последнее время в медицинских приложениях ультразвука и неразрушающем контроле все чаще используются сильно сфокусированные акустические пучки. В частности, ультразвуковые источники с большими углами фокусировки и размерами апертуры используются в терапии для озвучивания головного мозга человека. При больших углах фокусировки даже линейная теория описания акустического поля не имеет точного аналитического решения. В частности, это связано с тем, что задача сильно осложняется эффектом дифракции на искривленной поверхности излучателя или акустической линзы.

В большинстве практических случаев для описания поля используют интеграл Рэлея, являющийся точным решением соответствующей дифракционной задачи в линейном приближении для случая плоской излучающей поверхности [138]. Такое представление эквивалентно принципу Гюйгенса-Френеля, рассматривающему поле протяженного источника как интерференцию сферических волн, создаваемых элементарными точечными источниками, расположенными на излучающей поверхности. Таким образом, интеграл Рэлея не учитывает вторичные волны, возникающие в результате многократных переотражений элементарных волн от искривленной поверхности излучателя.

Для адекватного решения задачи с учетом дифракции на вогнутой поверхности можно использовать метод сращиваемых разложений, предложенный Кулувра [139]. Однако в своем первоначальном виде, описанном в оригинальной работе, он имеет ограничения как на величину максимального размера апертуры, так и на значение угла фокусировки излучателя. Однако теория, используемая в работе [139], не имеет явно выраженных ограничений на упомянутые выше параметры системы, то есть, по всей вероятности, описанные автором ограничения имеют численный характер. В представляемой работе предлагаются модификации метода сращиваемых

разложений, позволяющие сильно расширить область его применения [40]. В свою очередь, это дает возможность лучше понять изменения в структуре акустического поля, связанные с многократным переотражением излучаемой волны самой поверхностью протяженного источника.

Результаты проводимых в работе исследований демонстрируют существенное влияние вогнутости излучающей поверхности на акустическое поле фокусирующего источника не только в непосредственной близости от излучающей поверхности, но также на оси пучка и в области, куда после отражения от вогнутой поверхности попадают лучи, испущенные элементарными точечными источниками с края излучателя.

§ 4.1. Описание метода сращиваемых разложений

Рассмотрим геометрию задачи, схематически представленную на рис. 21. Пусть осесимметричная сферическая чаша Γ_S , вмонтированная в бесконечный жесткий экран Γ_B , колеблется по закону $\exp(-i\omega t)$. Обозначим буквами a , f и F

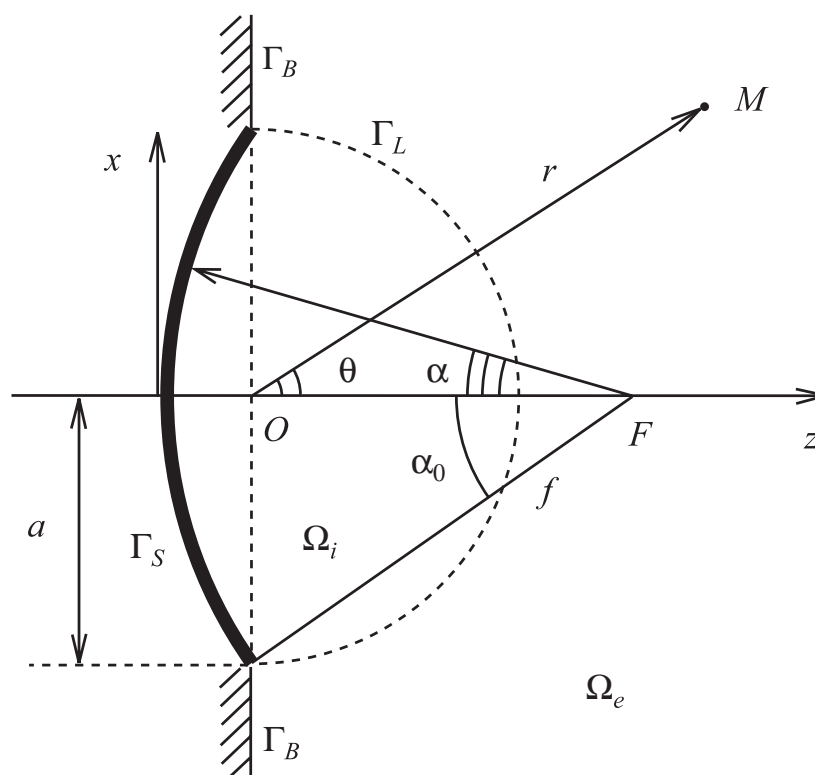


Рис. 21. Геометрия задачи

соответственно радиус апертуры, радиус кривизны и центр кривизны. Точку наблюдения M будем характеризовать сферическими координатами r и θ с началом координат O в точке пересечения плоскости экрана и оси симметрии источника. Будем считать, что в полупространстве справа от излучающей поверхности находится однородная среда, в которой можно пренебречь акустическими потерями. Тогда звуковое поле в линейном приближении описывается уравнением Гельмгольца $\Delta p + k^2 p = 0$, с учетом условия излучения Зоммерфельда на бесконечности и граничных условий $\partial p / \partial n = ik\rho_0 c_0 u$ на излучающей поверхности, Γ_S , и $\partial p / \partial n = 0$ на поверхности экрана, Γ_B . Здесь, как и в главе 1, p – амплитуда акустического давления, $k = \omega/c_0$ – волновое число, ω – круговая частота, ρ_0 – плотность среды и c_0 – скорость звука в среде, в этой главе u – амплитуда нормальной компоненты скорости излучающей поверхности, предполагается, что нормаль направлена в сторону среды.

Введем дополнительную полусферу Γ_L радиуса a с центром в точке O . Эта поверхность отделяет внутреннюю область, Ω_i , от внешней, Ω_e . Теперь обозначим акустическое поле внутри полученных доменов через p_i и p_e соответственно. Тогда исходная задача разбивается на две:

$$\Delta p_i + k^2 p_i = 0, \quad (4.1a)$$

$$\left. \frac{\partial p_i}{\partial n} \right|_{\Gamma_S} = ik\rho_0 c_0 u, \quad (4.1б)$$

$$\Delta p_e + k^2 p_e = 0, \quad (4.2a)$$

$$\left. \frac{\partial p_e}{\partial n} \right|_{\Gamma_B} = 0. \quad (4.2б)$$

Эти две задачи связаны между собой условиями непрерывности давления и нормальной скорости на разделяющей поверхности Γ_L :

$$p_i|_{\Gamma_L} = p_e|_{\Gamma_L}, \quad (4.3a)$$

$$\left. \frac{\partial p_i}{\partial n} \right|_{\Gamma_L} = \left. \frac{\partial p_e}{\partial n} \right|_{\Gamma_L}. \quad (4.3б)$$

Следуя работе [139], представим общее решение уравнений (4.1) и (4.2) в виде разложений по сферическим функциям:

$$p_i = \sum_{n=0}^{+\infty} [\xi_n P_n(\cos \theta) j_n(kr) + v_n P_n(\cos \theta) y_n(kr)] \quad (r \leq a), \quad (4.4)$$

$$p_e = \sum_{n=0}^{+\infty} [\chi_n P_n(\cos \theta) h_n^{(1)}(kr) + \kappa_n P_n(\cos \theta) h_n^{(2)}(kr)] \quad (r \geq a). \quad (4.5)$$

где ξ_n , v_n , χ_n и κ_n – коэффициенты разложений, определяемые граничными условиями (4.1б), (4.2б), и условиями непрерывности (4.3), P_n – полиномы Лежандра, j_n , y_n – сферические функции Бесселя и Неймана порядка n соответственно, а $h_n^{(1)} = j_n + i y_n$ и $h_n^{(2)} = j_n - i y_n$ – сферические функции Ханкеля первого и второго рода также порядка n .

Принимая во внимание конечность величины акустического давления в начале координат (точке O) и условие излучения Зоммерфельда, получаем:

$$p_i = \sum_{n=0}^{+\infty} \xi_n P_n(\cos \theta) j_n(kr) \quad (r \leq a), \quad (4.6)$$

$$p_e = \sum_{n=0}^{+\infty} \chi_n P_n(\cos \theta) h_n^{(1)}(kr) \quad (r \geq a). \quad (4.7)$$

Отметим, что правомочность использования во внутренней области Ω_i разложения (4.6) неочевидна, поскольку ограничивающая поверхность не является сферой и решение вида (4.6), вообще говоря, может не удовлетворить граничному условию. Обнадеживающим является тот факт, что в предельном случае нулевой кривизны рассматриваемый подход дает прекрасное совпадение с имеющимся точным аналитическим решением [139]. В более общем случае возможность использования решения в виде (4.6) требует специального теоретического исследования, что, само по себе, является непростой задачей [140]. Однако существует и прямой способ проверки: если при численном моделировании после нахождения коэффициентов ξ_n разложение (4.6) с высокой точностью восстанавливает граничное условие, то, согласно теореме существования и единственности для уравнения Гельмгольца, найденное разложение является искомым решением задачи. Забегая вперед, отметим, что

в полученных решениях граничное условие действительно восстанавливалось с высокой точностью (см. рис. 24).

Подставляя (4.7) в граничное условие (4.2б) и используя свойства полиномов Лежандра, получаем:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_{\Gamma_B} = -\frac{1}{r} \sum_{n=0}^{+\infty} \chi_n P'_n(0) h_n^{(1)}(kr) = -\frac{1}{r} \sum_{n=0}^{+\infty} \chi_{2n+1} \frac{(-1)^n (2n+1)!}{2^{2n} (n!)^2} h_{2n+1}^{(1)}(kr). \quad (4.8)$$

Отсюда следует, что все нечетные коэффициенты в (4.5) равны нулю. Таким образом,

$$p_e = \sum_{n=0}^{+\infty} \eta_n P_{2n}(\cos \theta) h_{2n}^{(1)}(kr) \quad (r \geq a). \quad (4.9)$$

Условия сшивки (4.3) с учетом (4.6) и (4.9) принимают вид:

$$f_1(\cos \theta) = \sum_{n=0}^{+\infty} \xi_n P_n(\cos \theta) j_n(ka) - \sum_{n=0}^{+\infty} \eta_n P_{2n}(\cos \theta) h_{2n}^{(1)}(ka) = 0, \quad (4.10a)$$

$$f_2(\cos \theta) = \sum_{n=0}^{+\infty} \xi_n P_n(\cos \theta) j'_n(ka) - \sum_{n=0}^{+\infty} \eta_n P_{2n}(\cos \theta) h_{2n}^{(1)'}(ka) = 0, \quad (4.10б)$$

где введены вспомогательные функции угла θ $f_1(\cos \theta)$ и $f_2(\cos \theta)$. Каждая из них может быть формально разложена в ряд по полиномам Лежандра, то есть равенство этих функций нулю означает равенство нулю всех коэффициентов разложения. Поэтому условия (4.10) могут быть записаны в виде следующих соотношений:

$$\int_0^{\pi/2} f_1(\cos \theta) P_{2n}(\cos \theta) \sin \theta d\theta = 0, \quad (4.11a)$$

$$\int_0^{\pi/2} f_2(\cos \theta) P_{2n}(\cos \theta) \sin \theta d\theta = 0, \quad (4.11б)$$

где n – натуральное число.

Как показано в работе [139] на основе использования свойств полиномов Лежандра, соотношения (4.11) дают связь между коэффициентами внешнего и внутреннего разложений и позволяют выразить величины η_n через ξ_n :

$$\eta_n = \frac{1}{h_{2n}^{(1)}(ka)} \left(\xi_{2n} j_{2n}(ka) + (4n+1) \sum_{m=0}^{+\infty} \xi_{2m+1} j_{2m+1}(ka) I_{m,n} \right), \quad (4.12a)$$

$$\eta_n = \frac{1}{h_{2n}^{(1)'}(ka)} \left(\xi_{2n} j_{2n}'(ka) + (4n+1) \sum_{m=0}^{+\infty} \xi_{2m+1} j_{2m+1}'(ka) I_{m,n} \right), \quad (4.12б)$$

где

$$I_{m,n} = \int_0^1 P_{2m+1}(x) P_{2n}(x) dx = \frac{(2m+1)P_{2m}(0)P_{2n}(0)}{(2m+1)(2m+2) - 2n(2n+1)}. \quad (4.12в)$$

Подставляя (4.12a) в (4.12б) получаем, что все четные коэффициенты внутреннего разложения ξ_{2n} легко представляются в виде бесконечной комбинации нечетных ξ_{2n+1} :

$$\xi_{2n} = i(4n+1)(ka)^2 \sum_{m=0}^{+\infty} \left[j_{2m+1}(ka) h_{2n}^{(1)'}(ka) - j_{2m+1}'(ka) h_{2n}^{(1)}(ka) \right] \xi_{2m+1} I_{m,n}. \quad (4.13a)$$

Условия сшивки в виде (4.13a) задают лишь часть уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения ξ_n . Полная система уравнений получается, когда к системе (4.13a) добавляются уравнения, получающиеся из граничного условия (4.1б) с учетом представления (4.6) для бесконечного количества точек на излучающей поверхности Γ_S :

$$\frac{\partial}{\partial n} \left\{ \sum_{n=0}^{+\infty} \xi_n P_n(\cos \theta) j_n(kr) \right\} \Big|_{\Gamma_S} = ik\rho_0 c_0 u. \quad (4.13б)$$

Таким образом, формулы (4.13) определяют бесконечную систему линейных уравнений относительно неизвестных коэффициентов разложения ξ_n .

Чтобы сделать систему уравнений (4.13) конечной, при расчетах приходится ограничивать количество членов в разложениях (4.6) и (4.9), удерживая только первые NB членов внутреннего разложения и NA – внешнего, надеясь на достаточно быструю сходимость соответствующих рядов. При этом NA уравнений относительно NB неизвестных (NB>NA) получаются из условий сшивки, а недостающие NP = NB - NA уравнений выписываются из граничного условия, дискретизованного в соответствующем количестве точек излучающей поверхности.

Такую систему уравнений можно записать в матричной форме:

$$A \cdot X = B, \quad (4.14)$$

где X – это вектор-столбец, содержащий коэффициенты внутреннего разложения:

$$X_n = \xi_{n-1}, \quad 1 \leq n \leq NB, \quad (4.15)$$

а B – вектор-столбец, первые NP элементов которого описывают распределение скорости по излучающей поверхности Γ_S , а остальные равны нулю:

$$B_m = \begin{cases} i\rho_0 c_0 u_0(\alpha_m), & 1 \leq m \leq NP \\ 0, & NP \leq m \leq NB \end{cases}, \quad (4.16)$$

где угол α_m (см. угол α на рис. 21) задает положение m -ой точки на сферической излучающей поверхности, и легко определяет сферические координаты точки r_m и θ_m (см. рис.21):

$$\begin{aligned} r_m &= f \sqrt{1 + \cos^2 \alpha_0 - 2 \cos \alpha_0 \cos \alpha_m}, \\ \sin \theta_m &= \sin \alpha_m / \sqrt{1 + \cos^2 \alpha_0 - 2 \cos \alpha_0 \cos \alpha_m}, \\ \cos \theta_m &= (\cos \alpha_0 - \cos \alpha_m) / \sqrt{1 + \cos^2 \alpha_0 - 2 \cos \alpha_0 \cos \alpha_m}, \\ 0 &\leq \alpha_m \leq \alpha_0, \quad (1 \leq m \leq NP). \end{aligned} \quad (4.17)$$

Через α_0 здесь и далее обозначен угол фокусировки излучателя, то есть полуугол схождения (см. рис. 21). При этом нормальная производная на излучающей поверхности связана с производной по сферическим координатам следующим образом:

$$\left. \frac{\partial p}{\partial n} \right|_m = - \left. \frac{\partial p}{\partial r} \right|_m \cos(\theta_m + \alpha_m) + \frac{1}{r} \left. \frac{\partial p}{\partial \theta} \right|_m \sin(\theta_m + \alpha_m). \quad (4.18)$$

Матрица A является полной, несимметричной и комплексной. Первые NP строк связаны с дискретизованными граничными условиями на излучающей поверхности. Здесь матричные элементы $A_{m,n}$ задаются в виде:

$$\begin{aligned} A_{m,n} &= P_{n-1}(\cos \theta_m) j'_{n-1}(kr_m) \cos(\theta_m + \alpha_m) + \\ &+ P'_{n-1}(\cos \theta_m) j_{n-1}(kr_m) \sin(\theta_m + \alpha_m) \sin(\theta_m) / kr_m, \\ 1 &\leq m \leq NP, \quad 1 \leq n \leq NB. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Следующие НА строк задаются условиями сшивки (4.13):

$$A_{m+NP,n} = [j_{2p-1}(ka)h'_{2(m-1)}(ka) - j'_{2p-1}(ka)h_{2(m-1)}(ka)]I_{p-1,m-1}, \quad (4.20a)$$

$$1 \leq m \leq NA, \quad 1 \leq n \leq NB, \quad n = 2p,$$

$$A_{m+NP,n} = i\delta_{mp}/(4m-3)(ka)^2, \quad (4.20б)$$

$$1 \leq m \leq NA, \quad 1 \leq n \leq NB, \quad n = 2p-1,$$

здесь δ_{mp} - символ Кронекера. Если на излучающей поверхности задается не нормальная скорость, а давление p_0 , то вместо соотношения (4.18) следует писать:

$$A_{m,n} = P_{n-1}(\cos\theta_m)j_{n-1}(kr_m),$$

$$B_m = p_0(\alpha_m), \quad (4.21)$$

$$1 \leq m \leq NP, \quad 1 \leq n \leq NB.$$

Требуемые функции Бесселя и Неймана могут быть рассчитаны с использованием рекуррентных соотношений (см. §4.2 и §4.3). Задача в итоге сведется к численному решению конечной системы линейных уравнений описанной ниже, что может быть сделано стандартными численными методами.

Известно, что функции Бесселя и Неймана высоких порядков имеют следующие асимптотики [141]:

$$j_n(\varsigma) \sim [4\varsigma(n+1/2)]^{-1/2} [e\varsigma/2(n+1/2)]^{n+1/2}, \quad (4.22a)$$

$$y_n(\varsigma) \sim -[\varsigma(n+1/2)]^{-1/2} [e\varsigma/2(n+1/2)]^{-(n+1/2)}. \quad (4.22б)$$

Как видно, по мере увеличения порядка $n > e\varsigma/2$, особенно при больших ς (в рассматриваемой задаче $\varsigma \sim ka$), функции Бесселя становятся очень маленькими, а функции Неймана - очень большими. В связи с этим снижается точность решения системы линейных уравнений, поскольку базисные функции оказываются существенно разных порядков по амплитуде, а следовательно, некоторая доля членов ряда имеет вид произведения очень большой величины на очень маленькую и, как следствие, рассчитывается недостаточно точно. Чем выше порядок используемых функций, тем сильнее по амплитуде они отличаются от примерно равной единице амплитуды функций низких порядков. Поэтому слишком большое значение величины NB приводит к значительным

ошибкам и делает невозможным численное моделирование. С другой стороны, метод предполагает использование сферических функций Бесселя и Неймана вплоть до очень высоких порядков, чтобы ошибка вычислений, связанная с обрывом рядов (4.6)-(4.9), была мала. Таким образом, существует некоторое оптимальное значение NB . Расчеты показали, что хорошие результаты получаются при $NB \approx (2-3)ka$. Отсюда видно, что применимость метода затруднена для излучателей с большим волновым размером ka . Действительно, при этом увеличивается максимальный порядок используемых функций Бесселя и Неймана и, в соответствии с асимптотическими свойствами (4.22), значения функций достигают компьютерного нуля или бесконечности при номерах меньших требуемого значения $(2-3)ka$.

Чтобы обойти указанную трудность, в разложениях (4.6) и (4.9) использовались специальным образом перенормированные функции Бесселя и Ханкеля, близкие по амплитуде к единице:

$$p_i = \sum_{n=0}^{NB} \xi_n P_n(\cos \theta) \bar{j}_n(kr), \quad (4.23)$$

$$p_e = \sum_{n=0}^{NA} \eta_n P_{2n}(\cos \theta) \bar{h}_{2n}^{(1)}(kr). \quad (4.24)$$

Здесь для упрощения записи для коэффициентов разложений снова употребляются обозначения ξ_n и η_n , хотя их значения отличаются от значений соответствующих коэффициентов в формулах (4.6) и (4.9).

Новые базисные функции получаются в результате следующей нормировки исходных функций:

$$\bar{j}_n(\varsigma) = j_n(\varsigma) \exp(-\varepsilon_n), \quad (4.25)$$

$$\bar{y}_n(\varsigma) = y_n(\varsigma) \exp(\varepsilon_n), \quad (4.26)$$

$$\bar{h}_n^{(1)}(\varsigma) = \bar{j}_n(\varsigma) \cdot \exp(-2\varepsilon_n) + i\bar{y}_n(\varsigma) \quad (4.27)$$

Здесь нормировочные экспоненциальные показатели ε_n не зависят от ς , а их величина заметно меньше компьютерной бесконечности. Расчет коэффициентов ε_n и нормированных функций пояснен в §4.3.

Использование разложений (4.23) и (4.24) позволяет существенно расширить область задания значений радиуса апертуры ($ka \sim 10^3$), не выходя за рамки машинного нуля или машинной бесконечности, существующих для выбранной точности вычислений.

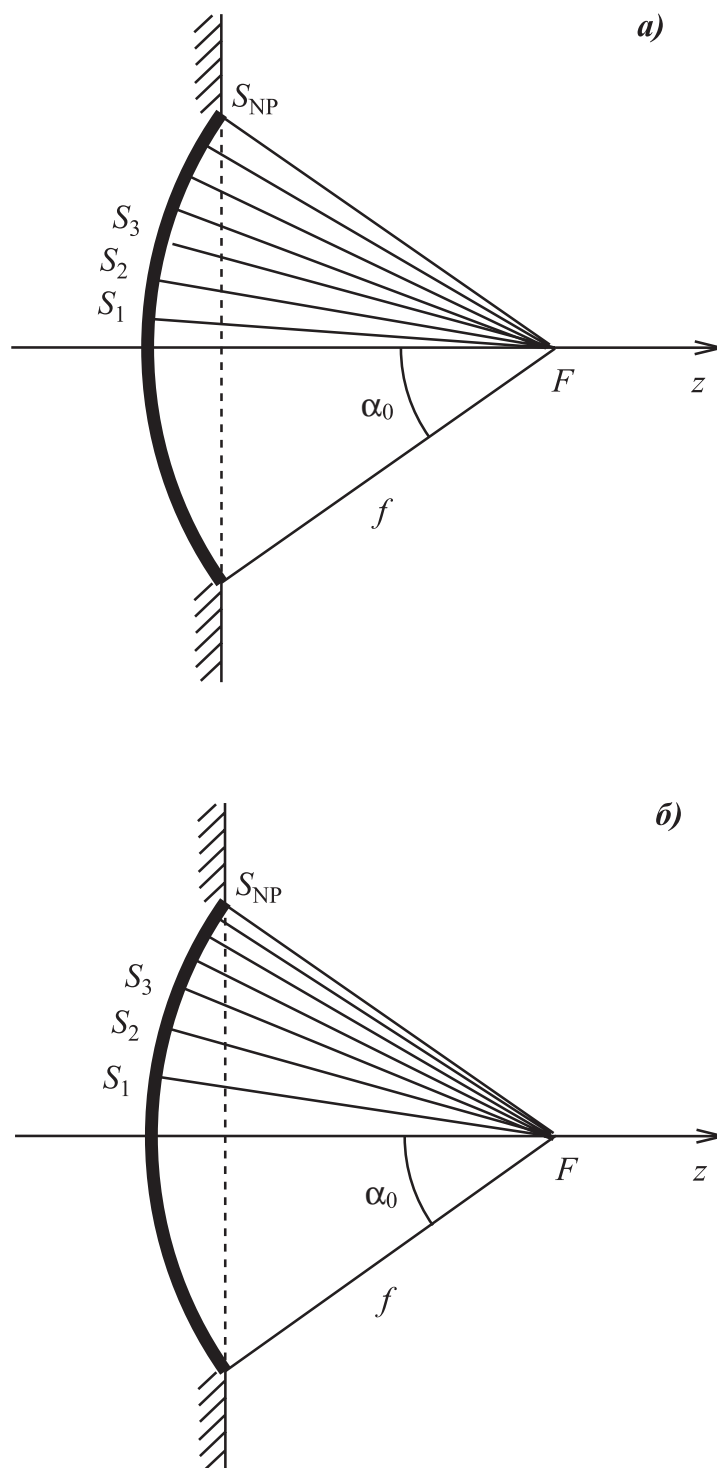


Рис. 22. Иллюстрация равномерного (а) и неравномерного (б) распределения точек, в которых задается амплитуда нормальной скорости излучающей поверхности

Другое усовершенствование метода состояло в использовании неравномерного пространственного распределения точек, в которых задавалась нормальная скорость излучающей поверхности Γ_S . Как упоминалось выше, часть уравнений в решаемой системе определяется граничными условиями в NP точках поверхности Γ_S . Численное исследование показало, что характер распределения точек вдоль излучающей поверхности сильно влияет на точность восстановления граничных условий, а, следовательно, и на точность самого метода. Более точные результаты получились при использовании, вместо эквидистантного по углу распределения точек дискретизации (рис. 22а), предложенного Кулувра в работе [139], распределения с более крупными шагами дискретизации вдали от края излучателя и мелкими - вблизи края (рис. 22б). Такое неравномерное распределение позволяет лучше описать резкое изменение акустического поля вблизи края источника.

§ 4.2. Численный расчет сферических функций

Бесселя, Неймана и Ханкеля

Сферические функции Бесселя и Неймана и их производные могут быть рассчитаны по известным рекуррентным соотношениям [142]:

$$s_n(\varsigma) = \frac{2n-1}{\varsigma} s_{n-1}(\varsigma) - s_{n-2}(\varsigma), \quad (4.28)$$

$$s'_n(\varsigma) = s_{n-1}(\varsigma) - \frac{n+1}{\varsigma} s_n(\varsigma), \quad (4.29)$$

где $s_n(\varsigma)$ - условное обозначение одного из видов сферических функций, ς - аргумент соответствующей функции. Рекуррентная процедура (4.27) использует известные выражения для функций 0-го и 1-го порядков:

$$j_0(\varsigma) = \frac{\sin \varsigma}{\varsigma}, \quad (4.30a)$$

$$j_1(\varsigma) = -j'_0(\varsigma) = -\frac{\cos \varsigma}{\varsigma} + \frac{\sin \varsigma}{\varsigma^2}, \quad (4.30б)$$

$$y_0(\varsigma) = -\frac{\cos \varsigma}{\varsigma}, \quad (4.30\text{в})$$

$$y_1(\varsigma) = -y'_0(\varsigma) = -\frac{\sin \varsigma}{\varsigma} - \frac{\cos \varsigma}{\varsigma^2}. \quad (4.30\text{г})$$

Процедура (4.28) является устойчивой для функций Неймана любого порядка и функций Бесселя порядка $n \leq \varsigma$. Функции Бесселя порядков $n \geq \varsigma$ находятся с помощью обратных рекуррентных соотношений [143]:

$$j_n(\varsigma) = \frac{2n+3}{\varsigma} j_{n+1}(\varsigma) - j_{n+2}(\varsigma). \quad (4.31)$$

Для запуска процедуры (4.31) с некоторого номера N необходимо иметь значения функций $j_{N+2}(\varsigma)$ и $j_{N+1}(\varsigma)$, которые заранее неизвестны. Однако рекуррентный алгоритм (4.31) довольно быстро выходит на ветвь, соответствующую функциям Бесселя, т.е. конкретные значения стартовых функций $s_{N+2}(\varsigma)$ и $s_{N+1}(\varsigma)$ не важны. Например, их можно выбрать равными 0 и 1 соответственно, а сам номер N выбрать существенно, на несколько сотен, превышающим наибольшее из требуемых значений номера n . Рекуррентная процедура (4.31) при этом определяет функции Бесселя с точностью до некоторого неизвестного множителя: $\tilde{j}_n(\varsigma) = \chi j_n(\varsigma)$.

С уменьшением номера n значения функций \tilde{j}_n чрезвычайно быстро нарастают (см. асимптотику (4.22а)) и, вообще говоря, могут приблизиться к величине компьютерной бесконечности. Поэтому целесообразно при некоторых значениях номера $n = n_m$ ($m=1,2,\dots,M$) проводить их перенормировку. Для этого для функций \tilde{j}_n с номерами $n_m \leq n < n_{m+1}$ вводится свой коэффициент $\chi_m = \chi \mu_1 \mu_2 \dots \mu_m$, т.е. функции переопределяются как $\tilde{j}_n(\varsigma) = \chi_m j_n(\varsigma)$. Множитель μ_m , удерживаемый в памяти компьютера, выбирается таким, чтобы значение n_m -ой функции было равно единице: $\tilde{j}_{n_m}(\varsigma) = 1$. Значение коэффициента χ определяется из требования, чтобы прямая и обратная рекуррентные процедуры давали одно и то же значение функции Бесселя порядка $n \approx \varsigma$. Окончательно, истинные значения функций

Бесселя высоких порядков рассчитываются обратной перенормировкой найденных функций \tilde{j}_n с номерами $n_m \leq n < n_{m-1}$:

$$j_n(\varsigma) = \tilde{j}_n(\varsigma) / \chi_m = \tilde{j}_n(\varsigma) / (\chi \mu_1 \mu_2 \dots \mu_m). \quad (4.32)$$

После этого находятся производные функций по рекуррентным соотношениям (4.29). Таким образом, сферические функции Бесселя и Неймана и их производные всех необходимых порядков оказываются известными.

§ 4.3. Перенормировка сферических функций

В рассматриваемой задаче удобно проводить нормировку используемых сферических функций Бесселя и Ханкеля, исходя из функций Бесселя аргумента $\varsigma = ka$, то есть, например, на границе внутренней области $r \approx a$. В этом случае в требуемом диапазоне значений аргумента ς новые функции будут и не слишком малы, и не слишком велики. Для введения нормирующих множителей ε_n : $\varepsilon_n = 0$ при $n < ka$ и $\varepsilon_n = -\ln[j_n(ka)]$ при $n \geq ka$, можно использовать асимптотику (4.22), однако оказалось целесообразнее основываться на рекуррентных соотношениях, вытекающих из соответствующих соотношений для сферических функций Бесселя (см. § 4.2). При этом для расчета $\varepsilon_n = -\ln[j_n(ka)]$ функции $j_n(ka)$ не вычисляются явно, а используются логарифмы введенных в § 4.2 вспомогательных коэффициентов $\chi, \mu_1, \dots, \mu_m$ и функций $\tilde{j}_n(ka)$:

$$\varepsilon_n = \ln(\chi) + \ln(\mu_1) + \ln(\mu_2) + \dots + \ln(\mu_m) - \ln(\tilde{j}_n(ka)). \quad (4.33)$$

Описанная процедура позволяет избежать использования больших чисел, т.е. обойти проблему машинной бесконечности.

Чтобы рассчитать значения нормированных сферических функций Бесселя произвольного аргумента ς порядка $n \leq \varsigma$, используются видоизмененные прямые рекуррентные соотношения:

$$\bar{j}_n(\varsigma) = \frac{2n-1}{\varsigma} \bar{j}_{n-1}(\varsigma) \exp(\varepsilon_n - \varepsilon_{n-1}) - \bar{j}_{n-2}(\varsigma) \exp(\varepsilon_n - \varepsilon_{n-2}). \quad (4.34)$$

Нормированные функции Бесселя порядков $n \geq \varsigma$ находятся с помощью процедуры обратного рекуррентного счета, описанной в § 4.2, но запоминаются не функции j_n , а функции \tilde{j}_n и логарифмы $\tilde{\varepsilon}_n = \ln(\chi_m)$ коэффициентов χ_m , где $n_m \leq n < n_{m+1}$. Затем проводится необходимая перенормировка

$$\bar{j}_n(\varsigma) = \tilde{j}_n(\varsigma) \exp(\tilde{\varepsilon}_n - \varepsilon_n). \quad (4.35)$$

Производные нормированных функций Бесселя рассчитываются по рекуррентной формуле:

$$\bar{j}'_n(\varsigma) = \bar{j}_{n-1}(\varsigma) \exp(\varepsilon_n - \varepsilon_{n-1}) - \frac{(n+1) \cdot \bar{j}_n(\varsigma)}{\varsigma}. \quad (4.36)$$

Нормированные функции Ханкеля и их производные определяются из соотношений:

$$\bar{h}_n^{(1)}(\varsigma) = \bar{j}_n(\varsigma) \cdot \exp(-2\varepsilon_n) + i\bar{y}_n(\varsigma), \quad (4.37)$$

$$\bar{h}_n^{(1)'}(\varsigma) = \bar{j}'_n(\varsigma) \cdot \exp(-2\varepsilon_n) + i\bar{y}'_n(\varsigma). \quad (4.38)$$

Расчет нормированных функций Неймана $\bar{y}_n(\varsigma) = y_n(\varsigma) \cdot \exp(\varepsilon_n)$ и их производных \bar{y}'_n осуществляется по следующим видоизмененным рекуррентным соотношениям:

$$\bar{y}_n(\varsigma) = \frac{2n-1}{\varsigma} \bar{y}_{n-1}(\varsigma) \cdot \exp(\varepsilon_{n-1} - \varepsilon_n) - \bar{y}_{n-2}(\varsigma) \cdot \exp(\varepsilon_{n-2} - \varepsilon_n), \quad (4.39)$$

$$\bar{y}'_n(\varsigma) = \bar{y}_{n-1}(\varsigma) \cdot \exp(\varepsilon_{n-1} - \varepsilon_n) - \frac{(n+1) \cdot \bar{y}_n(\varsigma)}{\varsigma}. \quad (4.40)$$

§ 4.4. Результаты расчетов

В качестве примера расчета поля фокусированного излучателя большой апертуры на рис. 23 представлена зависимость амплитуды акустического давления от расстояния вдоль оси пучка для излучателя апертуры $ka = 1000$, при угле фокусировки $\alpha_0 = 60^\circ$ (см. рис. 21) и равномерном распределении скорости вдоль излучающей поверхности:

$$u = u_0, \quad \text{для всех } \alpha \leq \alpha_0. \quad (4.41)$$

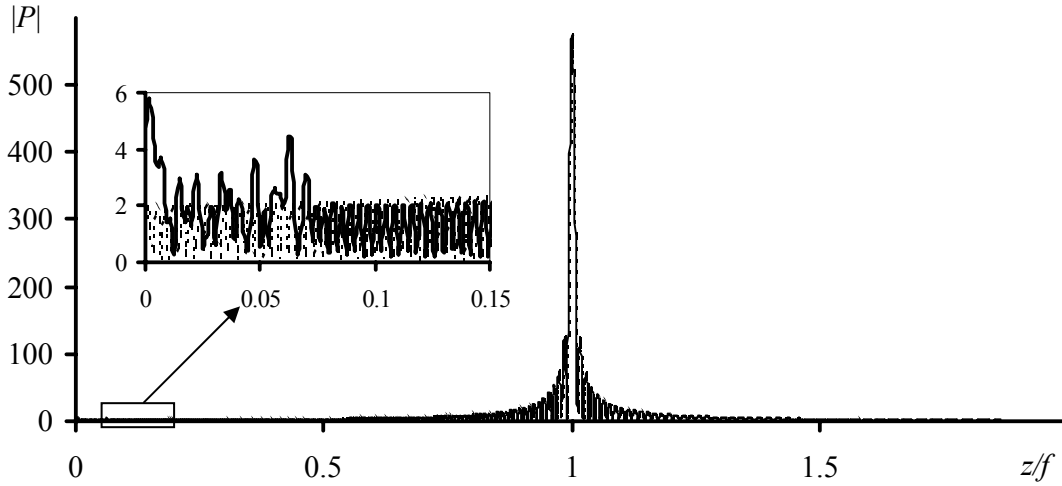


Рис. 23. Нормированная амплитуда акустического давления $|P|=|p|/\rho_0 c_0 u_0$ вдоль оси пучка ($ka = 1000$, $\alpha_0 = 60^\circ$, распределение скорости вдоль излучающей поверхности - равномерное). Сплошная линия соответствует результатам, полученным методом сращиваемых разложений, пунктирная линия построена по расчетам на основе интеграла Рэлея

Сплошная линия на рис. 23 соответствует вычислениям, проведенным с помощью модифицированного метода сращиваемых разложений, а пунктирная – расчетам, выполненным на основе интеграла Рэлея [32]:

$$p(\vec{r}) = -\frac{i\omega\rho_0}{2\pi} \iint_{\Gamma_S} u(\vec{r}') \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS'. \quad (4.42)$$

Здесь \vec{r} - радиус-вектор точки наблюдения, \vec{r}' - радиус-вектор элемента dS' излучающей поверхности Γ_S . Хорошо заметны значительные отличия между этими двумя теоретическими кривыми в области вблизи излучающей поверхности, которые можно объяснить дифракцией на поверхности источника или многократными переотражениями элементарных волн искривленной поверхностью излучателя.

Как уже отмечалось, критерием проверки правильности решения является точность восстановления граничных условий, поскольку использованный вид разложений по сферическим гармоникам (4.6) - (4.9), при любом количестве членов ряда и при любых значениях коэффициентов разложения ξ_n и η_n , является частным решением уравнения Гельмгольца. На рис. 24 представлены результаты, демонстрирующие высокую точность

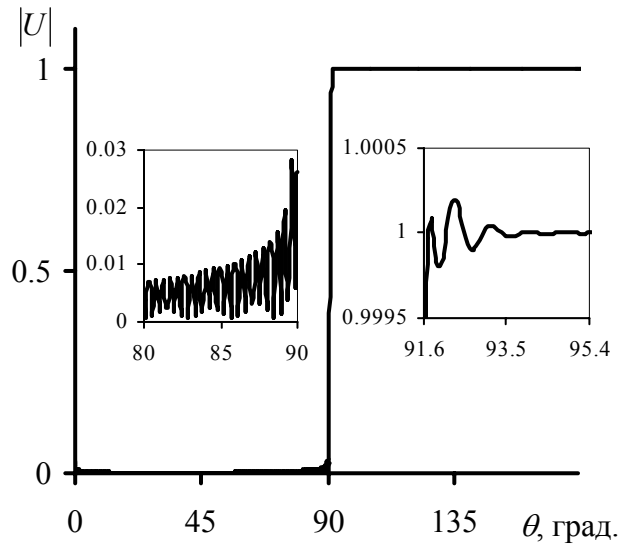


Рис. 24. Восстановление граничного условия и условия сшивки для нормальной компоненты колебательной скорости для случая $ka=200$, $\alpha_0 = 80^\circ$.

$|U| = \left| \frac{\partial(p_i - p_e)}{\partial n} \right| / k\rho_0 c_0 u_0$ - скачок безразмерной скорости на сшивающей

поверхности при $0 \leq \theta \leq 90^\circ$, $|U| = \left| \frac{\partial p}{\partial n} \right| / k\rho_0 c_0 u_0$ - безразмерная скорость

излучающей поверхности при $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$. При точном решении задачи должно быть $|U|=0$ при $0 \leq \theta \leq 90^\circ$, и $|U|=1$ при $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$

восстановления граничного условия (4.16) и условия сшивки (4.106) для нормальной компоненты колебательной скорости. В рассматриваемом случае граничное условие (4.16) имело вид (4.41), радиус апертуры излучателя составлял $ka = 200$, а угол фокусировки $\alpha_0 = 80^\circ$. Распределение скорости приведено в виде её зависимости от угла сферической системы координат θ (рис. 21), при этом на интервале $[0^\circ, 90^\circ]$ кривая воспроизводит условие (4.106), а на интервале $(90^\circ, 180^\circ]$ – условие (4.16). Отметим, что в приведенном случае нормальная компонента скорости излучающей поверхности восстанавливается с точностью не хуже 0.03%, а непрерывность нормальной производной давления вдоль поверхности сшивки выполняется с точностью не хуже 3% относительно величины скорости на излучателе, при этом наибольшая погрешность в выполнении условия сшивки возникает на краю излучателя.

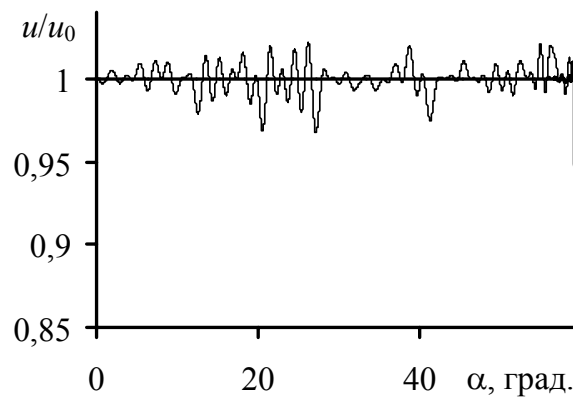


Рис. 25. Результаты восстановления граничного условия для случая $ka=150$, $\alpha_0 = 60^\circ$ и равномерного распределения амплитуды нормальной скорости излучающей поверхности при равномерном (тонкая линия) и неравномерном (толстая линия) распределении точек вдоль поверхности

Использование неравномерного распределения точек дискретизации граничного условия на поверхности излучателя, как оказалось, позволяет во многих случаях повысить точность вычислений примерно в 10 раз при прочих равных условиях. В качестве иллюстрации на рис. 25 показаны результаты восстановления граничного условия (4.16) для случая $ka = 150$, $\alpha_0 = 60^\circ$ и равномерного распределения скорости на излучающей поверхности (4.13).

Оказалось также, что, помимо повышения точности, модифицирование метода приводит к существенному увеличению области допустимых для расчета значений угла фокусировки, вплоть до 90° . На рис. 26 показаны результаты вычислений акустического поля на оси излучателя радиуса апертуры $ka = 200$ с углом фокусировки $\alpha_0 = 88^\circ$. Для этого случая не удастся провести расчеты немодифицированным подходом [139]. Толстая линия получена с помощью модифицированного метода сращиваемых разложений, а тонкая – на основе интеграла Рэлея. Дополнительно, в увеличенном масштабе, показаны соответствующие распределения на оси вблизи источника и за фокусом.

С точки зрения практических приложений представляет интерес расчет поправок, даваемых рассматриваемой здесь теорией по сравнению с

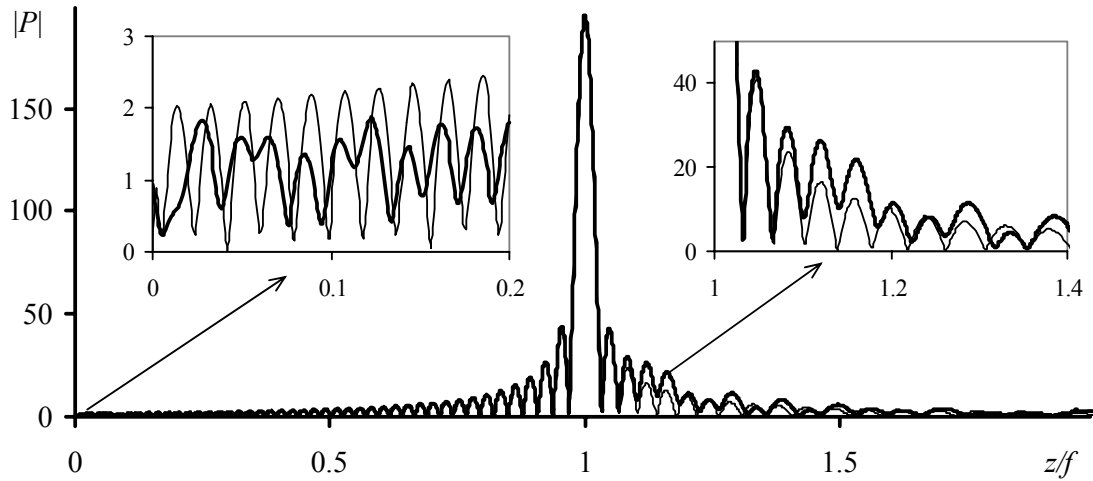


Рис. 26. Амплитуда акустического давления $|P|=|p|/\rho_0 c_0 u_0$ вдоль оси излучателя радиуса апертуры $ka = 200$ с углом фокусировки $\alpha_0 = 88^\circ$. Толстая линия получена с помощью модифицированного метода сращиваемых разложений, а тонкая – на основе интеграла Рэлея

предсказаниями интеграла Рэлея (4.14). Эти поправки и есть то перерассеянное поле, которое возникает из-за дифракции на вогнутой поверхности.

На рис. 27 приведены примеры двумерного пространственного распределения амплитуды указанного перерассеянного поля в плоскости, проходящей через ось симметрии источника. Величина амплитуды поля рассчитывалась как $|\Delta p| = |p_1 - p_2|$, где p_1 и p_2 – комплексные амплитуды акустического давления, полученные методом сращиваемых разложений и методом интеграла Рэлея, соответственно. Представлены случаи для $ka = 200$ и достаточно больших углов фокусировки: $\alpha_0 = 80^\circ$ (а) и 88° (б). Для наглядности введена неравномерная шкала градации серого цвета, чтобы лучше была видна структура поля дифракции в дофокальной области. Видно, что перерассеянное поле особенно заметно вблизи оси излучателя, особенно начиная с некоторого расстояния за геометрическим фокусом. Как было замечено в работе [139], концентрация дополнительного поля на оси за точкой фокуса имеет геометрическое объяснение: переотраженные от вогнутой поверхности лучи не могут пересечь ось ближе, чем на расстоянии $z_{\min}/f = 1 - \cos \alpha_0 / \cos 2\alpha_0$. На указанном расстоянии ось пересекают лучи, испущенные точками края

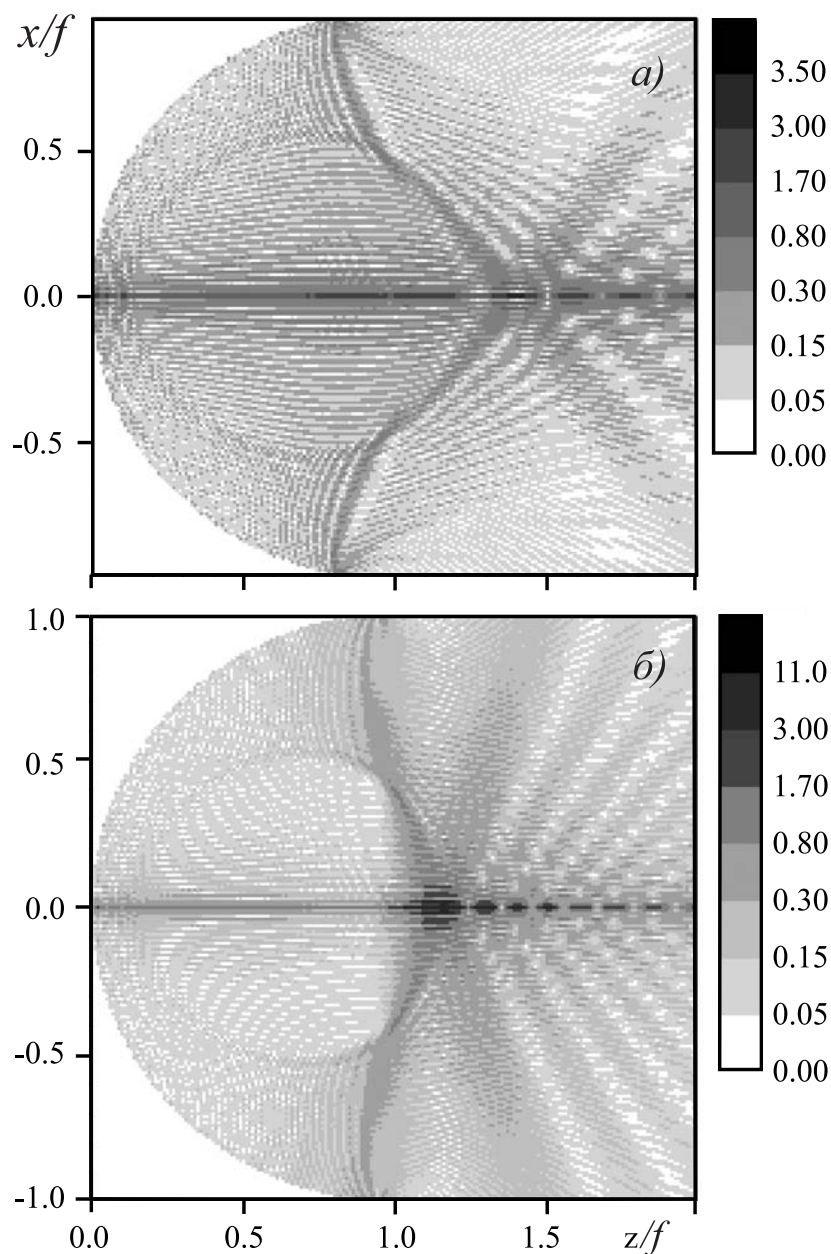


Рис. 27. Двумерные распределения амплитуды перерассеянного акустического поля в плоскости, проходящей через ось симметрии излучателя радиуса апертуры $ka = 200$ с большим углом фокусировки: а) $\alpha_0 = 80^\circ$; б) $\alpha_0 = 88^\circ$. Градацией серого цвета изображен нормированный модуль $|\Delta P| = |p_1 - p_2| / (\rho_0 c_0 u_0)$ комплексной разности амплитуды акустического давления p_1 , рассчитанной методом сращиваемых разложений, и амплитуды p_2 , вычисленной на основе интеграла Рэлея

излучателя после зеркального отражения от диаметрально противоположных точек (штрих-пунктирная линия на рис. 28); все остальные переотраженные лучи пересекают акустическую ось при $z > z_{\min}$.

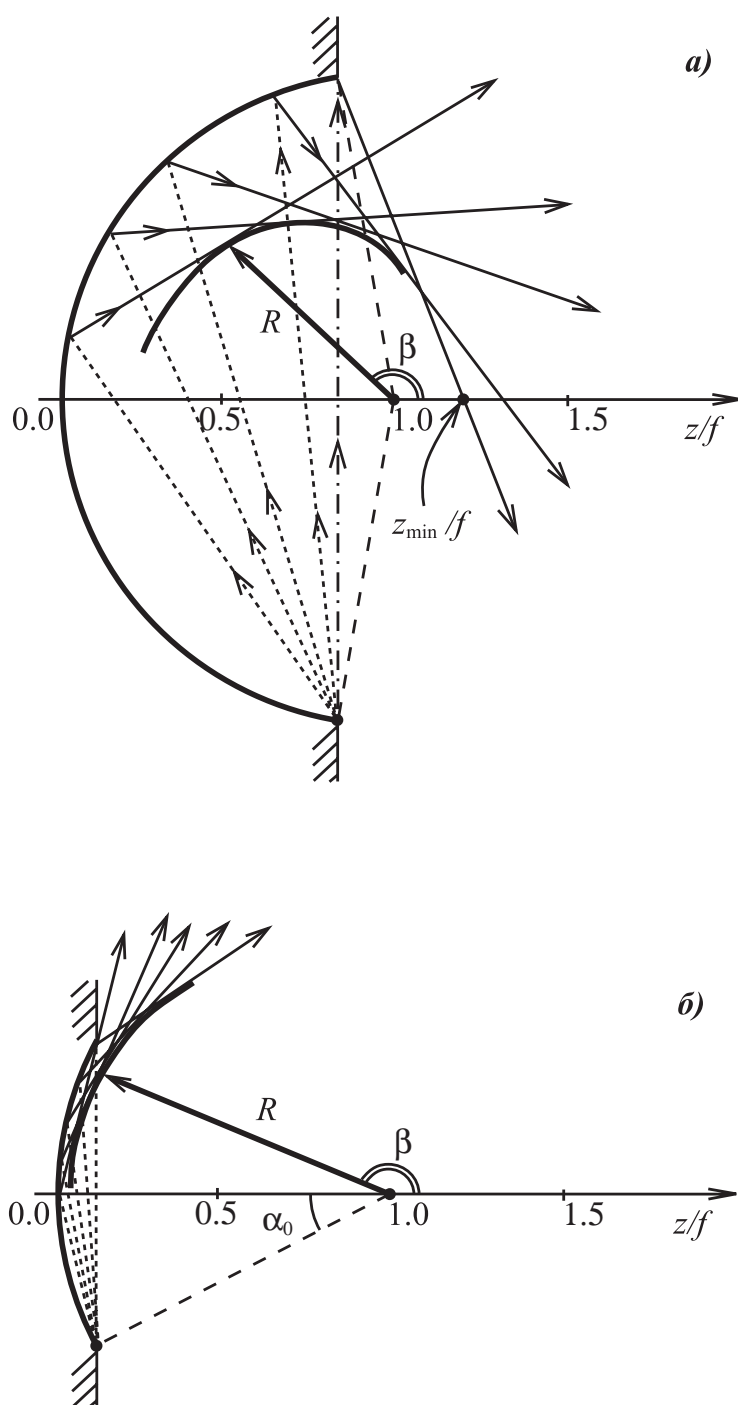


Рис. 28. Схематическое пояснение геометрической структуры перерассеянного поля

Вне оси симметрии перерассеянное поле имеет вполне определенную структуру (см. рис. 27). Видна овальная область между фокусом и излучателем, где перерассеянное поле очень мало (за исключением, может быть, точек вблизи оси). В этой области интеграл Рэлея позволяет довольно точно предсказывать акустическое поле. Существование указанной области также

следует из геометрических соображений. Если рассмотреть положение всех возможных лучей, испущенных точками излучателя и отраженных от вогнутой поверхности, то нетрудно заметить, что после зеркального отражения дальше всего от поверхности отклоняются лучи, испущенные краем излучателя. Отметим, что край является к тому же и самым интенсивным источником, порождая так называемую краевую волну. На рис. 28 пунктирной линией показаны лучи, идущие от края к вогнутой поверхности (соответствующее акустическое поле учтено в интеграле Рэлея), а тонкими сплошными прямыми изображен ход этих лучей после отражения (эти лучи уже не учитываются интегралом Рэлея). Огибающая всех лучей, испущенных краем и однократно отраженных от поверхности, образует характерную дугу, изображенную на рис. 28 жирной линией. Анализ показывает, что эта огибающая задается как кривая $R(\beta)$ в следующем параметрическом виде:

$$R = f \frac{\operatorname{tg} \gamma \cos \varphi + \sin \varphi}{\operatorname{tg} \gamma \cos \beta + \sin \beta}, \quad (4.43)$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \left(\frac{\left(\operatorname{tg}^2 \gamma - \frac{3}{2 \cos^2 \gamma} \right) \sin \varphi - \operatorname{tg} \gamma \cos \varphi}{\left(1 - \frac{3}{2 \cos^2 \gamma} \right) \cos \varphi - \operatorname{tg} \gamma \sin \varphi} \right), \quad (4.44)$$

где $\gamma = \pi - (3\varphi \pm \alpha_0)/2$, а угол φ меняется в пределах $\pi - \alpha_0 < \varphi < \pi + \alpha_0$. Поверхность вращения, образуемая указанной огибающей, как раз и формирует границу овальной области «тени», где поправки к интегралу Рэлея невелики. Вне области тени локализованы как однократно, так и многократно отраженные лучи. На первый взгляд из рис. 27 следует, что амплитуда перерассеянного поля там невелика по сравнению со значениями на оси симметрии. Однако вне оси мала амплитуда и основного поля, т.е. относительный уровень перерассеянного поля оказывается велик. Так, вблизи излучающей поверхности многократно переотраженные лучи могут давать поправки, сравнимые с амплитудой поля.

В случае слабо и умеренно фокусированных излучателей область тени (для перерассеянного поля) раскрывается и занимает почти все

полупространство перед излучателем (рис. 28б). При этом интеграл Рэлея почти всюду вполне адекватно описывает акустическое поле. Этот факт подтверждается экспериментально [144]. Используемое выше построение картины акустических лучей описывает структуру дополнительного поля лишь качественно. Например, не объясняется наличие перерассеянного поля вблизи оси внутри области тени, наличие интерференционных полос и т.д. Ценность использованного в работе метода сращиваемых разложений заключается в том, что он позволяет с высокой точностью рассчитать полную дифракционную задачу.

§ 4.5. Выводы Главы 4

Разработанная модификация метода сращиваемых разложений для описания акустического поля источников в линейном приближении позволяет проводить исследования пространственной структуры поля сильно фокусированных излучателей (вплоть до углов схождения в 180°) и излучателей большой апертуры, вплоть до размера порядка $ka = 1000$.

Проведенные исследования структуры акустического поля, перерассеянного поверхностью осесимметричных фокусированных источников звука, показывают наличие области тени, где перерассеянное поле практически отсутствует. Граница этой области определяется огибающей к однократно отраженным от поверхности лучам, испущенным с края излучателя.

Особенно сильное влияние перерассеянного излучающей поверхностью акустической поля сказывается на оси симметрии источника за его фокусом. Такого рода особенности должны быть учтены, например, при использовании сильно фокусированных излучателей в терапии для локального воздействия на ткани головного мозга человека.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей диссертационной работе экспериментально и теоретически исследована роль эффекта нелинейного поглощения фокусированных ультразвуковых волн на эффективность их воздействия на среду распространения. В частности, изучены звукоиндуцированный нагрев и генерация сдвиговых волн под действием радиационного давления. Кроме того, проведен теоретический анализ структуры ультразвукового поля в условиях сильной фокусировки вогнутыми излучателями с большим волновым размером. Основные результаты можно сформулировать следующим образом:

1. Экспериментально показано, что в условиях, характерных для современных ультразвуковых терапевтических устройств, акустическая нелинейность среды приводит к сильному увеличению звукоиндуцированного нагрева. Указанный эффект обусловлен образованием крутых участков в профиле волны и связанному с этим дополнительному поглощению.

2. При нагревании среды фокусированным импульсно-периодическим ультразвуковым пучком с заданной средней мощностью эффективность тепловыделения можно увеличить путем увеличения скважности. Такой способ позволяет добиться повышения локального тепловыделения в фокусе без дополнительного нагрева остальных участков среды. Тем самым, при использовании фокусированного ультразвука в терапии можно устранить перегрев биоткани вне области планируемого воздействия.

3. Показано, что в воде полная мощность фокусированного пучка с параметрами, типичными для терапевтического ультразвука, не зависит от расстояния между источником и датчиком вплоть до границы фокальной области, несмотря на изрезанную дифракционную структуру акустического поля. В фокальной области полная мощность уменьшается из-за проявления эффекта акустической нелинейности. Экспериментальные данные находятся в хорошем согласии с результатами теоретических расчетов на основе уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова.

4. Предложен метод повышения эффективности генерации сдвиговых волн в гелеобразной среде в фокальной области ультразвукового пучка. Метод

основан на применении нелинейных ультразвуковых волн с пилообразным профилем вместо традиционно используемых квазисинусоидальных волн.

5. В экспериментах по генерации сдвиговых волн в желатине показано, что благодаря акустической нелинейности среды величина сдвигового смещения может быть увеличена на порядок при переходе к более коротким ультразвуковым импульсам той же энергии, но большей амплитуды.

6. Развита новая теоретическая модель, позволяющая с высокой точностью предсказывать волновые поля, создаваемые сильно фокусированными вогнутыми излучателями. Модель основана на применении метода сращиваемых разложений для решения уравнения Гельмгольца и использовании перенормировки сферических функций Бесселя.

7. Численно исследовано акустическое поле сильно фокусирующих (с углом схождения вплоть до 180°) и широкоапертурных (с волновым размером вплоть до $ka = 1000$) вогнутых источников. Показано, что традиционно используемое приближение интеграла Рэлея дает заметную ошибку на оси симметрии источника и в области пространства, куда попадают волны, переотраженные от излучающей поверхности. Получено аналитическое выражение границы этой области - каустики, образуемой лучами, соответствующими однократному отражению краевой волны от поверхности источника.

Приложение 1. ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ИМПЕДАНСА ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

При изучении воздействия мощных акустических волн для начала нужно убедиться, что используемая в работе акустическая система способна излучать волны большой мощности. Одними из основных ограничивающих факторов в процессе преобразования электрической энергии в энергию волнового поля, в данном случае, ультразвукового, является несогласованность акустических и электрических импедансов частей системы. Так акустический импеданс пьезокерамики или кварца (материала излучателя) во много раз превышает импеданс среды нагрузки, то есть среды, в которую излучается волна. Кроме того, для эффективного преобразования электрической энергии некоторого источника, например, генератора напряжения, необходимо хорошее согласование электрического импеданса излучателя как элемента электрической цепи и внутреннего сопротивления используемого генератора напряжения. Следует отметить, что акустический и электрический импедансы пьезоэлементов оказываются связанными между собой. Наличие информации о величине электрического импеданса излучателя позволяет определить значение частоты, на которой согласование генератора и излучающей системы происходит наилучшим образом. При этом наибольшая часть электрической энергии переходит в акустический вид. Наилучшее согласование происходит, если действительная часть электрического импеданса излучающей системы оказывается равной внутреннему сопротивлению генератора (как правило, $R_{внутр.} = 50 \text{ Ом}$), а мнимая часть импеданса равна нулю, хотя в реальных системах такой случай практически не реализуется.

Теоретическое рассмотрение пьезоэлектрического преобразователя, поперечные размеры которого много больше длины волны, может быть проведено методом представления в виде шестиполюсника [145], что схематически отображено на рис. 29. Для установившегося процесса возбуждения акустических волн это дает возможность представить пьезоизлучатель как элемент, электрический импеданс которого выражается следующим образом:

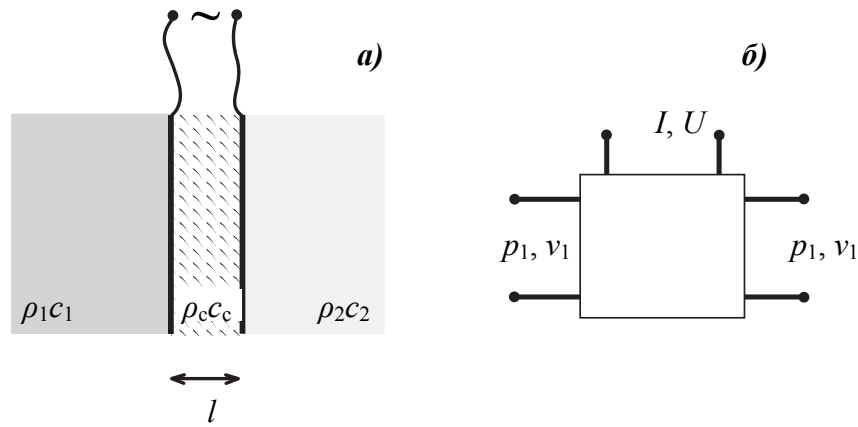


Рис. 29. Геометрия задачи (а) и схематическое представление пьезоэлектрического излучателя как шестиполюсника (б), I и U – электрический ток и напряжение на излучателе, p_i и v_i – акустическое давление и нормальная компонента колебательной скорости на поверхности пьезоэлектрического материала

$$Z_0 = \frac{1}{-i\omega C_0} \cdot \left[1 - \frac{k_T^2}{kl} \cdot \frac{i \frac{(z_1 + z_2)}{z_c} \sin kl + 2(1 - \cos kl)}{\left(1 + \frac{z_1 z_2}{z_c^2}\right) \sin kl + i \frac{(z_1 + z_2)}{z_c} \cos kl} \right]. \quad (\text{П.1.1})$$

Здесь предполагаются гармонические колебания вида $e^{-i\omega t}$ и используются следующие обозначения: ω – циклическая частота, k_T^2 – коэффициент электромеханической связи, C_0 – электрическая емкость пьезокерамического преобразователя на низких частотах, $k = k'(1 + i\delta)$ – комплексное волновое число в материале излучателя, где k' – действительное волновое число, а δ – характеризует потери в материале пьезоэлемента, l – толщина пьезопластины, $z_1 = \rho_1 c_1$ и $z_2 = \rho_2 c_2$ – акустические импедансы двух сред нагрузки (например, воздух или вода), примыкающих к излучателю слева и справа соответственно, $z_c = \rho_c c_c$ – акустический импеданс пьезоматериала, где ρ_i и c_i – плотность и скорость звука в соответствующей среде.

Однако на практике не всегда бывают известны все параметры пьезопреобразователя, поэтому часто используется прямой метод измерения электрического импеданса излучающей системы $Z = |Z| \cdot e^{i\varphi}$ в соответствии со схемой, приведенной на рис. 30. Пьезоэлектрический излучатель, акустически нагруженный с одной стороны на воздух, а с другой на воду, акустическую среду, используемую в экспериментах в основной части представляемой

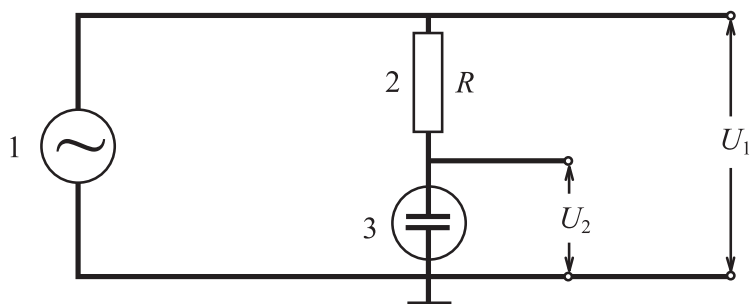


Рис. 30. Схема измерения электрического импеданса пьезопреобразователя:
1 – генератор, 2 – резистор, 3 – пьезопреобразователь

работы, соединялся последовательно с эталонным резистором $R = 50$ Ом и возбуждался цифровым генератором HP 33120A. Измерялись напряжения U_1 и U_2 с учетом разности фаз между сигналами (см. Рис. 30). Для этого использовался цифровой осциллограф Tektronix TDS 520A, который позволял с высокой точностью проводить измерения как амплитуды сигналов U_{10} и U_{20} , так и временного сдвига между ними. Пусть $U_1 = U_{10} \cdot e^{-i\omega t} \cdot e^{i\varphi_1}$ и $U_2 = U_{20} \cdot e^{-i\omega t} \cdot e^{i\varphi_2}$ – электрическое напряжение на выходе генератора и на пьезопреобразователе соответственно, где U_{10} и U_{20} – действительные амплитуды сигналов, φ_1 и φ_2 – их действительные фазы. Тогда действительную ($\text{Re}Z$) и мнимую ($\text{Im}Z$) части импеданса можно представить в следующем виде:

$$\text{Re} Z = |Z| \cos \Psi, \quad \text{Im} Z = |Z| \sin \Psi, \quad (\text{П.1.2})$$

где

$$|Z| = R \frac{U_{20}}{U_{10}} \frac{\sin \Psi}{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad (\text{П.1.3})$$

$$\text{tg} \Psi = \frac{\sin(\varphi_2 - \varphi_1)}{\cos(\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{U_{20}}{U_{10}}}, \quad (\text{П.1.4})$$

где $\varphi_2 - \varphi_1 = \omega \Delta t$, где Δt – экспериментально измеряемый временной сдвиг.

Для используемого в работе, описанной в Главах 2 и 3, пьезокерамического преобразователя диаметром 10 см и радиусом кривизны 20 см измеренные действительная и мнимая части импеданса представлены на рис. 31 как функции частоты. На частоте $f = \omega/2\pi = 1.092$ МГц излучающая

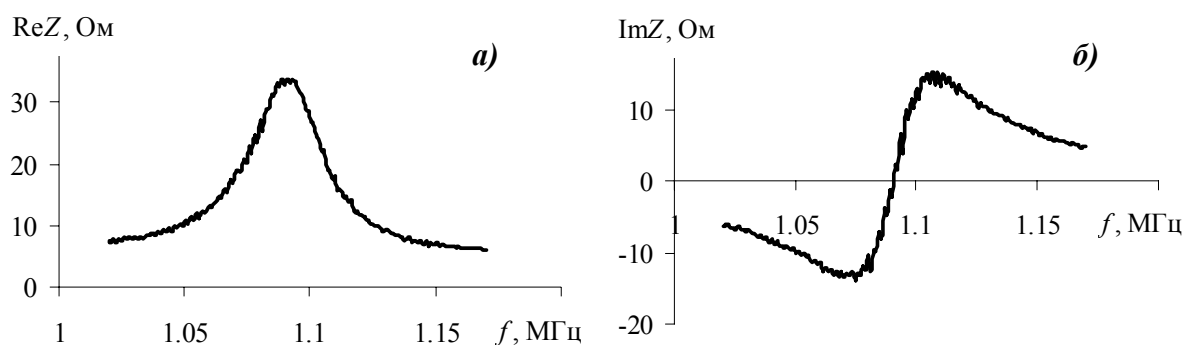


Рис. 31. Частотные зависимости действительной (а) и мнимой (б) частей электрического импеданса фокусирующего пьезокерамического излучателя диаметром апертуры 10 см и радиусом кривизны 20 см

пьезопластина имеет антирезонанс, при этом мнимая часть импеданса обращается в ноль, а действительная имеет максимум. На этом частоте $Z = \text{Re}Z = 34 \text{ Ом}$, то есть оказывается достаточно близким по величине к внутреннему сопротивлению генератора $R_{\text{внутр.}} = 50 \text{ Ом}$. Таким образом, можно считать, что для данного излучателя на частоте антирезонанса преобразование электрической энергии в энергию акустического поля будет происходить наиболее эффективно.

Приложение 2. ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩЕНИЯ ЖЕЛАТИНА

Чтобы иметь представление о том, насколько близко используемый в работе фантом биологической ткани имитирует мягкую биоткань, а также, чтобы иметь возможность сравнивать экспериментальные результаты исследования акустического нагрева среды с результатами численного моделирования такого процесса, необходима информация о значениях основных акустических параметров среды. Поскольку в данной работе использовался концентрированный желатин, характерные значения плотности, скорости звука и коэффициента поглощения которого не являются доступными табличными данными, соответствующие параметры были измерены автором экспериментально.

Схема измерений представлена на рис. 32. Между двумя плоскими излучателями 1 и 2 круглого сечения зажимался образец из желатина 3 так, чтобы две его противоположащие грани, обеспечивая наилучший контакт с поверхностями излучателей, оказывались параллельными друг другу. Преобразователь 1 работал в режиме излучения достаточно коротких импульсов длительностью порядка 30 циклов, преобразователь 2 – в режиме приема. Для совмещения акустических осей пучков была разработана

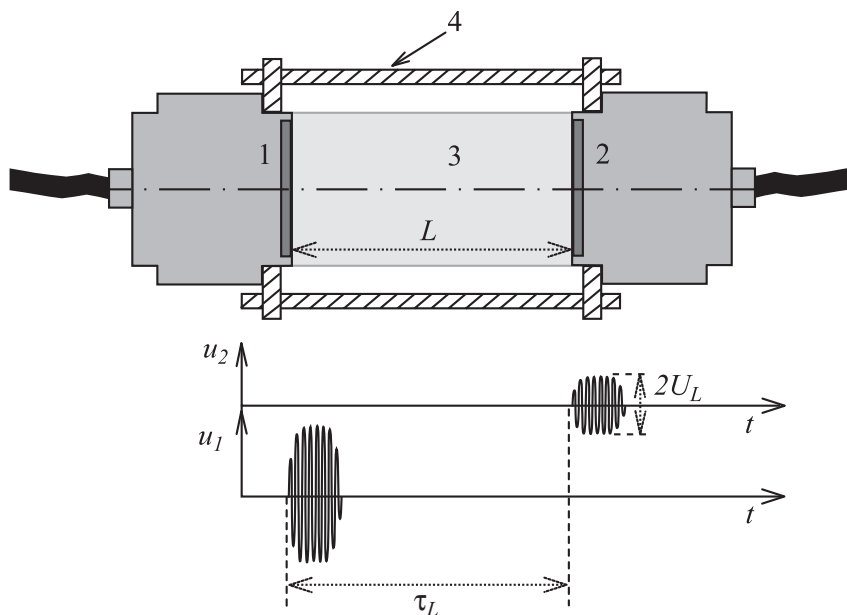


Рис. 32. Геометрия системы для измерения акустического коэффициента поглощения и скорости звука в желатине

поддерживающая конструкция 4, позволяющая при этом с хорошей точностью устанавливать параллельность излучающих поверхностей. В работе использовались 4 плоских источника с широкой полосой излучения на разных частотах:

f , МГц	2.25	5.0	7.5	10.0
Δf , МГц (-6дБ)	1.43	2.8	4.36	4.64
Диаметр, мм	25.4	25.4	19	25.4

Измерение частотной зависимости коэффициента поглощения велось в несколько этапов, на каждом из которых использовались пары преобразователей с близкими центральными частотами излучения, чтобы на приемнике амплитуда прошедшего через исследуемую среду сигнала была максимальна, а следовательно была минимальна погрешность измерений. Измерения коэффициента поглощения желатина проводились в частотном интервале от 3 до 12 МГц.

Для определения величины коэффициента поглощения и скорости звука измерялись амплитуда U_L и время задержки τ_L акустического импульса, однократно прошедшего через исследуемую среду толщины $L = L_1 \approx 3.5$ см или $L = L_2 \approx 8.5$ см. Для того, чтобы учесть изменение амплитуды прошедшего импульса с увеличением расстояния между источником и приемником, связанные с дифракционной расходимостью пучка, проводились аналогичные калибровочные измерения зависимости амплитуды импульса от расстояния в воде, то есть в среде, характеризующейся очень малым коэффициентом поглощения и практически тем же значением скорости звука. В этом случае можно считать, что изменение амплитуды связано только с дифракцией акустического пучка. Тогда величина коэффициента поглощения может быть выражена следующим образом:

$$\alpha = \frac{1}{(L_1 - L_2)} \ln \left[\frac{\left(\frac{U_{L_2}}{U_{L_1}} \right)_{\text{жел.}}}{\left(\frac{U_{L_2}}{U_{L_1}} \right)_{\text{вода}}} \right], \quad (\text{П2.1})$$

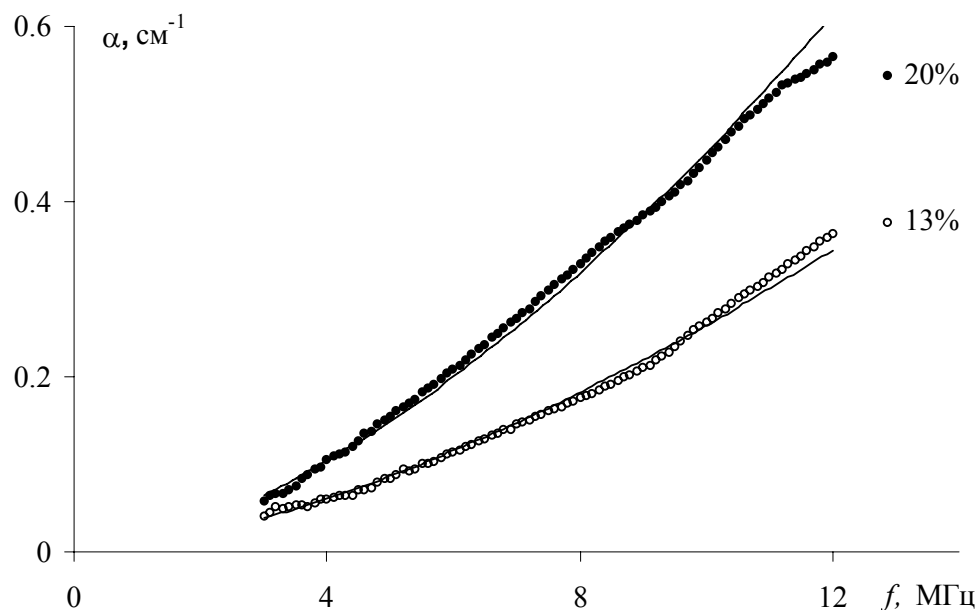


Рис. 33. Частотные зависимости коэффициента поглощения в желатине двух концентраций 13% и 20% по массе. Точками представлены экспериментальные результаты. Сплошные линии – кривые, наилучшим образом аппроксимирующие зависимости степенным законом

Результаты измерения частотной зависимости коэффициента поглощения в желатине для двух концентраций представлены на рис. 33. На рисунке отображены экспериментально полученные точки и сплошные линии, аппроксимирующие эти данные степенной зависимостью от частоты. Для двух представленных типов фантомов с учетом обозначений, введенных в §2.4 (см. формулу (2.2)) коэффициент поглощения на частоте $f_0 = 1.0$ МГц оказался равным $\alpha_0 = 0.0069 \text{ см}^{-1}$ и $\alpha_0 = 0.011 \text{ см}^{-1}$ для концентраций 13% и 20% соответственно, а показатель степени $\eta = 1.6$ для всех фантомов.

Скорость распространения ультразвуковых волн измерялась исходя из времени задержки:

$$c_{\text{жел.}} = L / \tau_L, \quad (\text{П2.2})$$

В пределах точности измерений во всех образцах в исследуемом интервале частот скорость звука можно считать частотно независимой и равной $c_{\text{жел.}} = 1540 \text{ м/с}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *М.Р. Бэйли, В.А. Хохлова, О.А. Сапожников, С.Г. Каргл, и Л.А. Крам.* Физические механизмы воздействия терапевтического ультразвука на биологическую ткань. - Акуст. журн., т. 49, № 4, с. 437-464 (2003).
2. *G. ter Haar.* Intervention and therapy. – Ultrasound in Med. & Biol., v. 26, Supplement 1, pp. S51-S54 (2000).
3. *Л.Р. Гаврилов.* О физическом механизме разрушения биологических тканей с помощью фокусированного ультразвука. - Акуст. журн., т. 20, № 1, с. 27-32 (1974).
4. *В.А. Буров, П.И. Дариалашвили, О.Д. Румянцева.* Активно-пассивная термоакустическая томография. - Акуст. журн., т. 48, № 4, с. 474-484 (2002).
5. *В.А. Красильников, В.В. Крылов.* Введение в физическую акустику. – М.: «Наука» (1984).
6. Ультразвук. Маленькая энциклопедия. *Гл. ред. И.П. Голямина.* - «Советская энциклопедия», Москва, с. 25 (1979).
7. *Л. Бергман.* Ультразвук. *Под. ред. В.С. Григорьева и Л.Д. Розенберга.* – М.: ИЛ 1957, 726с.
8. *O.V. Rudenko, A.P. Sarvazyan, S.Y. Emelianov.* Acoustic radiation force and streaming induced by focused nonlinear ultrasound in a dissipative medium. - J. Acoust. Soc. Am., v. 99, № 5, pp. 2791-2798 (1996).
9. *L. Gao, K.J. Parker, S.K. Alam, and R.M. Lerner.* Sonoelasticity imaging: Theory and experimental verification. - J. Acoust. Soc. Am., v. 97, № 6, pp. 3875-3886, (1995).
10. *M. Bilgen and M.F. Insana.* Deformation models and correlation analysis in elastography. - J. Acoust. Soc. Am., v. 99, № 5, pp. 3212-3224 (1996).
11. *A.P. Sarvazyan, O.V. Rudenko, S.D. Swanson, J.B. Fowlkes, and S.Y. Emelianov.* Shear wave elasticity imaging: a new ultrasonic technology of medical diagnostics. – Ultrasound in Med. & Biol., v. 24, № 9, pp. 1419-1435, (1998).

12. *K.R. Nightingale, M.L. Palmeri, R.W. Nightingale, and G.E. Trahey.* On the feasibility of remote palpation using acoustic radiation force. - J. Acoust. Soc. Am., v. 110, № 1, pp. 625-634 (2001).
13. *В.И. Филиппенко, В.В. Третьяк.* - Воен.-Мед. журнал, т. 8, с. 30 (1989).
14. *Е.И. Сидоренко, В.В. Филатов, Я. М. Алимова.* – Вестник офтальмологии, т. 115, № 2, с. 31 (1999).
15. *А.К. Буров, Г.Д. Андриевская.* - Доклады академии наук СССР, т. 106, №3, с. 445 (1956).
16. *Л.Д. Розенберг.* Физические основы ультразвуковой технологии. – М.: «Наука» (1970).
17. *F. Chavrier, J.Y. Chapelon, A. Gelet, and D. Cathignol.* Modeling of high-intensity focused ultrasound-induced lesions in the presence of cavitation bubbles. - J. Acoust. Soc. Am., v. 108, № 1, pp. 432-440 (2000).
18. *A.L. Malcolm and G.R. ter Haar.* Ablation of tissue volumes using high intensity focused ultrasound. - Ultrasound Med. Biology, v. 22, № 5, pp. 659-669 (1996).
19. *N.A. Watkin, G.R. ter Haar, and I. Rivens.* The intensity dependence of the site of maximal energy deposition in focused ultrasound surgery. - Ultrasound Med. & Biol., v. 22, № 4, pp. 483-491 (1996).
20. *M.A. Averkiou, D.R. Roundhill, and J.E. Powers.* A new imaging technique based on the nonlinear properties of tissue. – in Proc. IEEE Ultrason. Symp., v. 2, pp. 30-35 (1997).
21. *B. Ward, A.C. Baker, and V.F. Humphrey.* Nonlinear propagation applied to the improvement of resolution in diagnostic medical ultrasound. - J. Acoust. Soc. Am., v. 101, № 1, pp. 143-154 (1997).
22. *P.N. Burns, D.H. Simpson and M.A. Averkiou.* Nonlinear imaging. - Ultrasound in Med. & Biol., Vol. 26, Supplement 1, pp. S19–S22 (2000).
23. *M.A. Averkiou.* Tissue harmonic imaging. – in Proc. IEEE Ultrason. Symp., v. 2, pp. 1563-1572 (2000).

24. *M.A. Averkiou.* Nonlinear imaging techniques in diagnostic ultrasound. - Nonlinear acoustics at the beginning of the 21st century, v. 1, pp. 363-370 (2002).
25. *F.L. Lizzi, E.J. Feleppa, S. Kaisar Alam, and C.X. Deng.* Ultrasonic spectrum analysis for tissue evaluation. - Pattern Recognition Letters, v. 24, pp. 637-658 (2003).
26. *Ю.Н. Маков.* О тепловых полях и тепловых дозах при ультразвуковой хирургии: модель гауссова сфокусированного пучка. - Акуст. журн., т. 47, № 3, с. 393-400 (2001).
27. *I.H. Rivens, R.L. Clarke, and G.R. ter Haar.* Design of focused ultrasound surgery transducers. - IEEE Trans. ultrasonics, ferroelec. and freq.cont., v. 43, № 6, pp. 1023-1031 (1996).
28. *R.J. McGough, M.L. Kessler, E.S. Ebbini, and C.A. Cain.* Treatment planning for hyperthermia with ultrasound phased arrays. - IEEE Trans. ultrasonics, ferroelec. and freq.cont., v. 43, № 6, pp. 1074-1084 (1996).
29. *J. Sun and K. Hynynen.* Focusing of therapeutic ultrasound through a human skull: A numerical study, - J. Acoust. Soc. Am., v. 104, № 3, pt. 1, pp. 1705-1715 (1998).
30. *А.В. Гладилин, А.А. Догатов.* Фокусирующие излучатели ультразвука с электрически управляемой пространственно-временной структурой создаваемых полей. - Акуст. журн., т. 46, № 4, с. 560-562 (2000).
31. *J.W.S. Rayleigh.* The theory of sound. - Dover, New York, v. II, p. 47 (1945).
32. *H.T. O'Neil.* Theory of focusing radiators. - J. Acoust. Soc. Am., v. 21, № 5, pp. 516-526 (1949).
33. *Ю.А. Пищальников, О.А. Сапожников, Т.В. Синило.* Повышение эффективности генерации сдвиговых волн в желатине при нелинейном поглощении фокусированного ультразвукового пучка. - Акуст. журн., т. 48, № 2, с. 253-259 (2002).

34. *О.А. Сапожников, Т.В. Синило.* Акустическое поле вогнутой излучающей поверхности при учете дифракции на ней. – Акуст. жур., т. 48, № 6, с. 813-821 (2002).
35. *О.А. Сапожников, Т.В. Синило.* Повышение эффективности нагрева жидкости мощным ультразвуковым пучком за счет формирования ударных участков в профиле волны. - Известия Академии наук. Серия физическая, т. 62, № 12, с. 2371-2374 (1998).
36. *О.А. Сапожников, Т.В. Синило.* Повышение эффективности нагрева жидкости мощным ультразвуковым пучком за счет формирования ударных участков в профиле волны. - Труды VI Всеросс. школы-сем. “Волн. явл. в неоднор. средах”, Краснови́дово, с. 24-26 (1998).
37. *Yu.A. Pishchalnikov, O.A. Sapozhnikov, and T.V. Sinilo.* Excitation of shear waves in gelatin by a focused sawtooth wave. – Proc. of 15th Intern. Symp. on Nonlin. Acoust., ed. by W. Lauterborn and T. Kurz, Amer. Inst. of Physics, pp. 203-206 (2000).
38. *Yu.A. Pishchalnikov, O.A. Sapozhnikov, and T.V. Sinilo.* Experimental demonstration of enhancement of heat deposition in a focused ultrasound beam with shocks. – Proc. of 15th Intern. Symp. on Nonlin. Acoust., ed. by W. Lauterborn and T. Kurz, Amer. Inst. of Physics, pp. 483-486 (2000).
39. *А.Е. Пономарев, Ю.А. Пищальников, О.А. Сапожников, Т.В. Синило.* Экспериментальное исследование зависимости полной мощности фокусированного акустического пучка от расстояния в условиях проявления нелинейных эффектов. - Труды VI Всеросс. школы-сем. “Волн. явл. в неоднор. средах”, Краснови́дово, т. 1, с. 37-39 (2000).
40. *О.А. Сапожников, Т.В. Синило.* Численное исследование поля вогнутого излучателя методом сращиваемых разложений. - Сборник трудов X сессии РАО, т. 1, с. 179-182 (2000).
41. *V.A. Khokhlova, A.E. Ponomarev, O.A. Sapozhnikov, T.V. Sinilo.* Spatial dependence of the total power of an ultrasound beam in the presence of acoustic

- nonlinearity and diffraction. – Proc. of the Intern. Conf. “Progress in nonlinear science”, v. 2, p. 545-549 (2001).
42. *O.A. Sapozhnikov, T.V. Sinilo.* Numerical investigation of the concave transducer’s field by means of matched expansions method. – Proc. of 17th Intern. Congr. on Acoust., v. 5, pp. 154-157 (2001).
 43. *А.Е. Пономарев, О.А. Сапожников, Т.В. Синило, В.А. Хохлова.* Исследование зависимости полной мощности ультразвукового пучка от расстояния в условиях проявления эффектов акустической нелинейности и дифракции. - Сборник трудов XI сессии РАО, т. 1, с. 218-221 (2001).
 44. *M.R. Bailey, L.N. Couret, O.A. Sapozhnikov, V.A. Khokhlova, G. ter Haar, S. Vaezy, X. Shi, R. Martin, and L.A. Crum.* Use of overpressure to assess the role of bubbles in focused ultrasound lesion shape *in vitro*. - Ultrasound in Med. & Biol., v. 27, № 5, pp. 695-708 (2001).
 45. *R. Glynn Holt and R.A. Roy.* Measurements of bubble-enhanced heating from focused, MHz-frequency ultrasound in a tissue-mimicking material. - Ultrasound in Med. & Biol., v. 27, № 10, pp. 1399–1412 (2001).
 46. *R.L. Clarke and G.R. ter Haar.* Temperature rise recorded during lesion formation by high-intensity focused ultrasound. - Ultrasound in Med. & Biol., v. 23, № 2, pp. 299-306 (1997).
 47. *P.P. Lele.* Thresholds and mechanisms of ultrasonic damage to “organized” animal tissues. – In: D.G. Hazzard and M.L. Lit zeds. Symposium on biological effects and characterizations of ultrasound sources. DHEW Publ. FDA 78-8048, pp. 224-239 (1977).
 48. *C.R. Hill, I. Rivens, M.G. Vaughan, and G.R. ter Haar.* Lesion development in focused ultrasound surgery: a general model. - Ultrasound in Med. & Biol., v. 20, pp. 259-269 (1994).
 49. *C. Le Floch, M. Fink.* Ultrasonic mapping of temperature in hypertermia: the thermal lens effect. - Proc. of IEEE Symp. on Ultrasonics, v. 2, pp. 1301-1304 (1997).

50. *I.M. Hallaj, R.O. Cleveland, and K. Hynynen.* Simulation of the thermo-acoustic lens effect during focused ultrasound surgery. - *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 109, № 5, pt. 1, pp. 2245-2253 (2001).
51. *F. Duck.* Physical properties of tissues. – London: Academic Press (1990).
52. *L. Chen, I. Rivens, G.R. ter Haar, et. al.* Histological changes in rat liver tumours treated with high intensity focused ultrasound. - *Ultrasound in Med. & Biol.*, v. 19, №. 1, pp. 64-74 (1993).
53. *S. Hilgenfeldt, D. Lohse, and M. Zomack.* Sound scattering and localized heat deposition of pulse-driven microbubbles. - *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 107, № 6, pp. 3530-3539 (2000).
54. *P. Meaney, M. Cahill, G. ter Haar.* The intensity dependence of focused ultrasound lesion position. – *SPIE*, v. 3249, pp. 246-256 (1998).
55. *N. Bush, I. Rivens, G.R. ter Haar, and J.C. Bamber.* Acoustic properties of lesions generated with an ultrasound therapy system. - *Ultrasound in Med. & Biol.*, v. 19, pp. 789-801 (1993).
56. *X. Fan and K. Hynynen.* Ultrasound surgery using multiple sonications – treatment time considerations. - *Ultrasound in Med. & Biol.*, v. 22, №. 4, pp. 471–482 (1996).
57. *F. Wu, W.-Z. Chen, J. Bai, J.-Z. Zou, Z.-L. Wang, H. Zhu and Z.-B. Wang.* Pathological changes in human malignant carcinoma treated with high-intensity focused ultrasound. - *Ultrasound in Med. & Biol.*, v. 27, №. 8, pp. 1099–1106 (2001).
58. *Л.Р. Гаврилов, Дж.У. Хэнд.* Двумерные фазированные ультразвуковые решетки для применения в хирургии: перемещение одиночного фокуса. - *Акуст. журн.*, т. 46, № 4, с. 456-466 (2000).
59. *Л.Р. Гаврилов, Дж.У. Хэнд.* Двумерные фазированные ультразвуковые решетки для применения в хирургии: сканирование несколькими фокусами. - *Акуст. журн.*, т. 46, № 5, с. 632-639 (2000).

60. *Е.А. Филоненко, Л.Р. Гаврилов, В.А. Хохлова, Дж.У. Хэнд.* Акустический нагрев биологической ткани с помощью двумерной фазированной решетки со случайным и регулярным расположением элементов. - Акуст. журн., т. 50, № 1 (2004 в печати).
61. *D.R. Daum and K. Hynynen.* A 256-element ultrasonic phased array system for the treatment of large volumes of deep seated tissue. - IEEE Trans. ultrasonics, ferroelec. and freq.cont., v. 46, № 5, pp. 1254-1268 (1999).
62. *Win-Li Lin, Chihng-Tsung Liauh, Jia-Yush Yen, Yung-Yaw Chen, and Ming-Jium Shien.* Treatable domain and optimal frequency for brain tumours during ultrasound hyperthermia. – Int. J. Radiation Oncology Biol. Phys., v. 46, № 1, pp. 239-247 (2000).
63. *L.R. Gavrilov and J.W. Hand.* A theoretical assessment of the relative performance of spherical phased arrays for ultrasound surgery. - IEEE Trans. ultrasonics, ferroelec. and freq.cont., v. 47, № 1, pp. 125-139 (2000).
64. *S.A. Goss, L.A. Frizzell, J.T. Kouzmanoff, J.M. Barich, and J.M. Yang.* Sparse Random Ultrasound Phased Array for focal surgery. - IEEE Trans. ultrasonics, ferroelec. and freq.cont., v. 42, № 6, pp. 1111-1121 (1996).
65. *G.T. Clement and K. Hynynen.* A non-invasive method for focusing ultrasound through the human skull. - Phys. Med. Biol., v. 47, pp. 1219–1236 (2002).
66. *E.S. Ebbini and C.A. Cain.* Multiple-focus ultrasound phased-array pattern synthesis: optimal driving-signal distributions for hyperthermia. IEEE Trans. ultrasonics, ferroelec. and freq.cont., v. 36, № 5, pp. 540-548 (1989).
67. *W. F. Walker, L. A. Negron, T. J. Modzhelewski, M. J. McAlister, F. J. Fernandez, C. A. Toth.* Imaging the stiffness of the vitreous body with acoustic radiation force. - Proc. of the 1999 IEEE Int. Ultrason. Symp., pp. 1635-1639 (1999).
68. *R.J. Stafford, F. Kallel, R.E. Price, D.M. Cromeens, T.A. Krouskop, J.D. Hazle and J. Ophir.* Elastographic imaging of thermal lesions in soft tissue: a

- preliminary study in vitro. - *Ultrasound in Med. & Biol.*, v. 24, № 9, pp. 1449-1458 (1998).
69. *A.F. Kolen*. Elasticity imaging for monitoring thermal ablation therapy in liver. - Thesis for deg. Doct. Of Philos. In Phys., Sutton, May (2003).
 70. *F. Kallel, R.J. Stafford, R.E. Price, R. Righetti, J. Ophir, J.D. Hazle*. The feasibility of elastographic visualization of HIFU-induced thermal lesions in soft tissues. Image-guided high-intensity focused ultrasound. - *Ultrasound in Med. and Biol.*, v. 25, № 3, pp. 641-647 (1999).
 71. *R. Righetti, F. Kallel, R.J. Stafford, R.E. Price, T.A. Krouskop, J.D. Hazle, J. Ophir*. Elastographic characterization of HIFU-induced lesions in canine livers. - *Ultrasound in Med. & Biol.*, v. 25, pp.1099-1113 (1999).
 72. *X. Shi, R.W. Martin, D. Rouseff, S. Vaesy, L.A. Crum*. Detection of High-intensity focused ultrasound liver lesions using dynamic elastometry. – *Ultrason. Imag.*, v. 21, pp. 107-126 (1999).
 73. *J. Ophir, I. Cespedes, H. Ponnekanti, I. Yazdi, X. Li*. Elastography: a quantitative method for imaging the elasticity for biological tissues. - *J. Ultrasonic Imaging*, v. 13, pp. 111-134 (1991).
 74. *M. Bilgen, M.F. Insana*. Deformation models and correlation analysis in elastography. - *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 99, № 5, pp. 3212-3224 (1996).
 75. *S.Y. Emelianov, J.M. Rubin, M.A. Lubinski, A.R. Skovoroda, and M. O'Donnell*. Elasticity imaging of the liver: Is hemangioma hard or soft? - *Proceedings of the 1998 IEEE Ultrason. Symp.*, v. 2, pp. 1749-1752 (1998).
 76. *S.K. Alam, J. Ophir*. Reduction of signal decorrelation from mechanical compression of tissues by temporal stretching: Applications to elastography. - *Ultrasound in Med. and Biol.*, v. 23, № 1, pp. 95-105 (1997).
 77. *M. O'Donnell, A. R. Skovoroda, B. M. Shapo, S. Y. Emelianov*. Internal displacement and strain imaging using ultrasonic speckle tracking. - *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. contr.*, v. 41, № 3, pp. 314-325 (1994).

78. *A. R. Skovoroda, S. Y. Emelianov, M. O'Donnell.* Tissue elasticity reconstruction based on ultrasonic displacement measurement and strain images. - IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. contr., v. 42, № 4, pp. 747-765 (1995).
79. *I. C'espedes, M. Insana, and J. Ophir.* Theoretical Bounds on Strain Estimation in Elastography. - IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. contr., v. 42, № 5, pp.969-971 (1995).
80. *T. Varghese, J. Ophir.* An analysis of elastographic contrast-to-noise ratio. - Ultrasound in Med. and Biol., v. 24, pp.915-924 (1998).
81. *M. Bilgen, M.F. Insana.* Error analysis in acoustic elastography. II. Strain estimation and SNR analysis. - J. Acoust. Soc. Am., v. 101, № 2, pp. 1147-1154 (1997).
82. *H. Ponnekanti, J. Ophir, Y. Huang, I. Cespedes.* Fundamental mechanical limitations on the visualization of elasticity contrast in elastography. - Ultrasound in Med. and Biol., v. 21, pp.533-543 (1995).
83. *K. J. Parker, S. R. Huang, R. A. Musulin, R. M. Lerner.* Tissue response to mechanical vibrations for sonoelasticity imaging. - Ultrasound in Med. and Biol., v. 16, № 3, pp. 241-246 (1990).
84. *S. Catheline, F. Wu, and M. Fink.* A solution of diffraction biases in sonoelasticity: The acoustic impulse technique. - J. Acoust. Soc. Am., v. 105, № 5, pp. 2941-2950 (1999).
85. *L. Gao, K. J. Parker, Alam, R. M. Lerner.* Sonoelasticity imaging: theory and experimental verifications. - J. Acoust. Soc. Am., v. 96, № 6, pp. 3875-3885 (1995).
86. *Z. Wu, L.S. Taylor, D.J. Rubens, and K.J. Parker.* Shear wave focusing for three-dimensional sonoelastography. - J. Acoust. Soc. Am., v. 111, № 1, pt. 1, pp. 439-446 (2002).
87. *M. Tanter, J. Bercoff, L. Sandrin, M. Fink.* Shear Modulus Imaging using 2D transient elastography. - IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. contr., v. 49, № 4, pp. 426-435 (2002).

88. *L. Sandrin, M. Tanter, J-L.Gennisson, S. Catheline, M. Fink.* Shear elasticity probe for soft tissues with 1D transient elastography. - IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. contr., v. 49, № 4, pp. 436-446 (2002).
89. *V. Dutt, R. R. Kinnick, J. F. Greenleaf.* Acoustic shear wave displacement measurement using ultrasound. - Proc. IEEE Symp. on Ultrason., pp.1185-1188 (1996).
90. *В.Г. Андреев, В.Н. Дмитриев, Ю.А. Пищальников, О.В. Руденко, О.А. Сапожников, А.П. Сарвазян.* Наблюдение сдвиговой волны, возбужденной с помощью фокусированного ультразвука в резиноподобной среде. - Акуст. журн., т. 43, № 2, с. 149 – 155 (1997).
91. *О.В. Руденко.* Мощный фокусированный ультразвук: нелинейные эффекты, возбуждение сдвиговых волн и медицинская диагностика. - Вест. Моск. Унив. Серия 3. Физика. Астрономия, № 6, с. 18-32 (1996).
92. *K. Nightingale, R. Nightingale, M. Palmeri, G. Trahey.* Acoustic remote palpation: initial in vivo results. - in Proc. IEEE Ultrason. Symp., v. 2 (2000).
93. *K. Nightingale, R. Nightingale, M. Palmeri, G. Trahey.* Finite element analysis of radiation force induced tissue motion with experimental validation. – Proc. of the 1999 IEEE Int. Ultrason. Symp., pp. 1319-1323 (1999).
94. *В.Г. Андреев, А.В. Ведерников.* Генерация и детектирование сдвиговых волн в резиноподобной среде с помощью сфокусированного ультразвука. – Вест. Моск. Унив. Серия 3. Физика. Астрономия, № 1, с. 34-37 (2001).
95. *V.G. Andreev, A.V.Vedernikov, S.Y.Emelianov.* Elastic moduli measurement in the phantoms of biological tissue with conventional US imaging and therapeutic instruments. – Proc. of Int. Conf. “Progress in Nonlinear Science”, v. 2, pp. 510-515 (2001).
96. *W. F. Walker, F. J. Fernandez, L. A. Negron.* A method of imaging viscoelastic parameters with acoustic radiation force. Phys. Med. Biol., v. 45, pp. 1437-1447 (2000).

97. Л.Д. Розенберг. Фокусирующие излучатели ультразвука. – В кн. Физика и техника мощного ультразвука. М.: Наука, с. 149-206 (1967).
98. И.А. Вартамян, Л.Р. Гаврилов, А.С. Розенблюм, Е.М. Цирюльников. Сенсорное восприятие. – Л.:Наука, с. 189 (1985).
99. Д. Катиньоль, О.А. Сапожников. О применимости интеграла Рэлея к расчету поля вогнутого фокусирующего излучателя. - Акуст. журн., т. 45, № 6, с. 816-824 (1999).
100. D.R. Daum, N.B. Smith, R. King and K. Hynynen. *In vivo* demonstration of noninvasive thermal surgery of the liver and kidney using an ultrasonic phased array. - Ultrasound in Med. & Biol., v. 25, № 7, pp. 1087-1098 (1999).
101. C.J. Diederich and K. Hynynen. Ultrasound technology for hyperthermia. - Ultrasound in Med. & Biol., v. 25, № 6, pp. 871-887 (1999).
102. F. J. Pompei and Shi-Chang Wooh. Phased array element shapes for suppressing grating lobes, - J. Acoust. Soc. Am., v. 111, № 5, pt. 1, pp. 2040-2048 (2002).
103. И.Н. Ермолов и др. Ультразвуковые преобразователи для неразрушающего контроля. – М.: Машиностроение, с. 280 (1986).
104. А.А. Догадов, И.И. Конопацкая, А.В. Гладилин. Устройство для воздействия ультразвуком на внутренние участки органов человека. – Патент RU 2139745 C1.
105. L.G. Copley. Integral equation method for radiation from vibrating bodies. - J. Acoust. Soc. Am., v. 41, № 1, pp.807-816 (1967).
106. G. Chertock. Sound radiation from vibrating surface. - J. Acoust. Soc. Am., v. 36, № 2, pp. 1305-1313 (1964).
107. A.J. Rudgers. The Green's functions for an acoustic source of arbitrary shape. - J. Acoust. Soc. Am. Suppl, v. 77, № 1, S61 (1985).
108. A.J. Rudgers. Application of a Neumann-series method to two problems in acoustic radiation theory that are formulated in terms of Green's functions. - J. Acoust. Soc. Am., v. 79, № 5, pp. 1211-1222 (1986).

109. *Cobb W.N.* Frequency domain method for the prediction of the ultrasonic field patterns of pulsed, focused radiators. - J. Acoust. Soc. Am., v. 75, № 1, pp. 72-79 (1984).
110. *D. Guyomar, J. Power.* Transient fields radiated by curved surfaces – Application to focusing. - J. Acoust. Soc. Am., v. 76. № 5. pp. 1564-1572 (1984).
111. *H. Djelouah, J.C. Baboux, M. Perdrix.* The transient field of a planar ultrasonic transducer coupled to a lens: Experiments and simulations. - J. Acoust. Soc. Am., v. 87, № 1, pp. 76-80 (1990).
112. *D. Gridin.* The radiating near field of circular normal transducer of arbitrary apodization on an elastic half-space. - J. Acoust. Soc. Am., v. 106, № 3, v. 1, pp. 1237-1246 (1999).
113. *В.В. Крылов.* Основы теории излучения и распространения звука. МГУ, с. 20-25 (1989).
114. *Д. Катиньоль, О.А. Сапожников.* О применимости интеграла Рэлея к расчету поля вогнутого фокусирующего излучателя. - Акуст. журн., т. 45, № 6, с. 818-826 (1999).
115. *H. Ogi, M. Hirao, and T. Honda.* Ultrasonic diffraction from a transducer with arbitrary geometry and strength distribution. - J. Acoust. Soc. Am., v. 98, № 2, pt. 1, pp. 1191-1198 (1995).
116. *J.S. Tan, L.A. Frizzel, N. Sanghvi, S. Wu, R. Seip, and J.T. Kouzmanoff.* Ultrasound phased arrays for prostate treatment. - J. Acoust. Soc. Am., v. 109, № 6, pp. 3055-3064 (2001).
117. *X. Fan, E.G. Moros, and W.L. Straube.* Acoustic field for a single planar continuous-wave source using an equivalent phased array method. - J. Acoust. Soc. Am., v. 102, № 5, v. 1, pp. 2734-2741 (1997).
118. *X. Fan, K. Hynynen.* A study of various parameters of spherically curved phased arrays for noninvasive ultrasound surgery. - Phys. Med. Biol., v. 41, pp. 591–608 (1996).

119. *T.P. Lerch and L.W. Schmerr.* Ultrasonic beam models: An edge element approach. - J. Acoust. Soc. Am., v. 104, № 3, pt. 1, pp. 1256-1265 (1998).
120. *B.G. Lucas and T.G. Muir.* The field of a focusing source. - J. Acoust. Soc. Am., v. 72, № 4, pp. 1289 (1982).
121. *B.G. Lucas, J.N. Tjøtta, and T.G. Muir.* Field of parametric focusing source. - J. Acoust. Soc. Am., v. 73, № 6, pp. 1966-1971 (1983).
122. *M.D. Cahill and A.C. Baker.* Numerical simulation of the acoustic field of a phased-array medical ultrasound scanner. - J. Acoust. Soc. Am., v. 104, № 3, pt. 1, pp. 1274-1283 (1998).
123. *R.J. Dickinson.* Thermal conduction errors of manganin-constantan thermocouple arrays. - Med. Phys. Biol., v. 30, pp. 445-453 (1985).
124. *K. Hynynen, C.J. Martin, D.J. Watmough, J.R. Mallard.* Errors in temperature measurement by thermocouple probes during ultrasound induced hyperthermia. - Br. J. Radiol., v. 56, pp. 969-970 (1983).
125. IEEE Std 790-1989, IEEE Guide for Medical Ultrasound Field Parameter Measurements (ANSI). IEEE, New York, 1990.
126. *J. Tavakkoli, A. Birer, D. Cathignol.* Development of a PVDF low-cost shock-wave hydrophone. - Shock Waves, v. 5, pp. 369-374 (1996).
127. *К. Хилл.* Применение ультразвука в медицине. Физические основы. - М.: Мир (1989).
128. *V.A. Khokhlova, R. Souchon, J. Tavakkoli, O.A. Sapoznikov, and D. Cathignol,* Numerical modeling of finite amplitude sound beams: Shock formation in the nearfield of a cw plane piston source. - J. Acoust. Soc. Am. 110, № 1, pp. 95-108 (2001).
129. *Е.А. Филоненко, В.А. Хохлова.* Эффекты акустической нелинейности при терапевтическом воздействии мощного фокусированного ультразвука на биологическую ткань. - Акуст. Жур., т. 47, № 4, с. 541-549 (2001).
130. *F. Wu, W.-Z. Chen, J. Bai, J.-Z. Zou, Z.-L. Wang, H. Zhu, Z.B. Wang.* Pathological changes in human malignant carcinoma treated with high-intensity

- focused ultrasound. - *Ultrasound in Med. & Biol.*, v. 27, № 8, pp. 1099-1106 (2001).
131. *G.R. ter Haar, J. Kennedy, F. Wu.* The choice of exposure regime for clinical thearment of liver cancer. - 3rd Intern. Symp. On Therapeut. Ultrasound, Abstracts Book, Lyon, France, p. 25 (2003).
 132. *E.A. Filonenko, G.R. ter Haar, I. Rivens, V.A. Khokhlova.* Prediction of ablation volume for different HIFU regimes. - 3rd Intern. Symp. On Therapeut. Ultrasound, Abstracts Book, p. 36 (2003).
 133. *Л.К. Зарембо, В.А. Красильников.* Введение в нелинейную акустику. - М.: «Наука», с. 178-205 (1966).
 134. *N.E. Waters.* The indentation of thin rubber sheets by spherical indentors. - *Brit. J. Appl. Phys.*, v. 16. pp. 557-563 (1965).
 135. *Н.С. Бахвалов, Я.М. Жилейкин, Е.А. Заболотская.* Нелинейная теория звуковых пучков. - М.: «Наука» (1982.)
 136. *О.В. Руденко, С.И. Солуян.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: «Наука» (1975).
 137. *R.C. Preston* (ed.). Output measurements for medical ultrasound. - Springer Verlag, Berlin (1991).
 138. *J.W.S. Rayleigh.* The theory of sound. - Dover, New York, v. II. p. 47 (1945).
 139. *F. Coulouvrat.* Continuous field radiated by a geometrically focused transducer: Numeric investigation and comparison with an approximate model. - *J. Acoust. Soc. Am.*, v. 94, № 3, pp. 1663-1675 (1993).
 140. *В.Ф. Апельцин, А.Г. Кюркчан.* Аналитические свойства волновых полей. - М.: МГУ (1990).
 141. *Ф. Олвер.* Асимптотика и специальные функции. - М.: «Наука» (1990).
 142. *Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш.* Специальные функции (формулы, графики, таблицы), перев. с 6-го нем. изд. М.: «Наука» (1968).

143. *W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery.* Numerical Recipes in Fortran: the art of scientific computing. 2nd ed. - Cambridge Univ. Press, pp. 223 – 229 (1994).
144. *D. Cathignol, O.A. Sapozhnikov, and Y. Theillere.* Comparison of acoustic fields radiated from piezoceramic and piezocomposite focused radiator. - J. Acoust. Soc. Am., v. 105. № 5. pp. 2612-2617 (1999).
145. *Г. Кайно.* Акустические волны. Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов. - М.: Мир, 1990.